

Examenul de bacalaureat

- simulare județeană
13 februarie 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați al treilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1=1$ și $b_2=2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x+1$. Determinați numerele naturale x , pentru care $f(x) < 7$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 8} = x + 2$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,4)$, $C(1,a)$ și $D(2,1)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , pentru care dreptele AB și CD sunt paralele.
- 5p 6. Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC , în care $AB=10$ și $\cos B = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $X(a) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(X(-1))=12$.
- 5p b) Determinați numerele reale a pentru care $\det(X(a)-I_3)=0$.
- 5p c) În reperul cartezian se consideră punctele $A(2,3)$, $B(3,9)$ și $C(a,a^2)$, unde a este număr natural. Determinați numerele naturale a pentru care ABC este triunghi și are aria mai mică decât 3.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=4x+4y-4xy-3$.
- 5p a) Demonstrați că $x*y=1-4(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Arătați că $x * \frac{1}{x} \geq 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x*x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

-
1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - (x+1)\ln(x+1)$
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 1 - \ln(x+1)$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este concavă.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - e^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \frac{3}{2} - e$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 xf(x) dx$.
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 x^n (x - f(x)) dx$.
Demonstrați că $I_{n+1} + n I_{n-1} = e$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$.