

Inspectoratul Școlar Județean Dolj
Examenul național de bacalaureat 2023
Simulare județeană
Proba Ec)
Matematică M_{st-nat}

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{1-i}{1+2i} + \frac{1+i}{1-2i} < 0$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2mx + 2m + 2$, unde m este un parametru real. Determinați numerele reale m pentru care vârful parabolei asociate funcției f are coordonatele egale.
- 5p** 3. Determinați numerele reale x pentru care $2 \log_3(x + 5) + 1 = \log_3 75$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca alegând un număr natural par de trei cifre acesta să aibă suma cifrelor 9 sau 18.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(3,4)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul $P(3,3)$ și este paralelă cu dreapta AB .
- 5p** 6. Dacă $a \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $\sin a = \frac{3}{5}$ arătați că $3 \sin x + 4 \cos x + 5 \cos(a + x) = 0$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricile $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_3 + aA$, $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Arătați că $\det X(1) = 16$.
- 5p** b) Arătați că pentru orice numere reale a și b avem $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 3ab)$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale m și n pentru care $X(m) \cdot X(n) = X(9)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale strict pozitive se definește legea de compoziție $x * y = x^{\ln \sqrt[3]{y}}$.
- 5p** a) Arătați că $2 * 1 = 1$.
- 5p** b) Demonstrați că e^3 este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația $x * x = e^3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției f către $-\infty$.
- 5p** c) Determinați imaginea funcției, $\text{Im}f$.
2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^x$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$.
- 5p** a) Determinați numerele reale a, b, c , știind că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p** b) Determinați primitiva G a funcției $g(x) = f(x) - 2e^x$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu proprietatea că graficul lui G conține punctul $A(0, 2)$.
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{e^2-1}{e^2} \leq \int_{-2}^0 f(x)dx \leq \frac{2e^2-2}{e^2}$.