

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I

30 puncte

1.	$w = z_1^2 + 5z_2 \Rightarrow w = (2 - 5i)^2 + 5(3 + 4i)$ $w = -21 - 20i + 15 + 20i = -6 \Rightarrow w \in \mathbb{R}.$	2p 3p
2.	$3x^2 + 2 = 5x \Leftrightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0.$ $x = \frac{2}{3}$ și $x = 1.$	3p 2p
3.	$\log_3 x = 4 \log_x 3 \Leftrightarrow (\log_3 x)^2 = 4$ $\log_3 x = 2$ și $\log_3 x = -2 \Leftrightarrow x = 9$ și $x = \frac{1}{9}$, care verifică ecuația	2p 3p
4.	Numărul de submulțimi cerut este egal cu $C_6^4 + C_6^5 + C_6^6 =$ $= 15 + 6 + 1 = 22$	3p 2p
5.	Fie $G(x_G, y_G)$ cu $x_G = \frac{-2+2-6}{3} = -2$ și $y_G = \frac{1+0-4}{3} = -1$ $[OG] = \sqrt{(x_G - x_0)^2 + (y_G - y_0)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}.$	2p 3p
6.	Cum $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, avem că, $\cos x \neq 0$. Împărțind prin $\cos x$, se obține $\frac{3 \operatorname{tg} x + 2}{5 \operatorname{tg} x - 4} = \frac{3 \cdot 3 + 2}{5 \cdot 3 - 4} = 1$	2p 3p

Subiectul al II-lea

30 puncte

1.a)	$A(2) - A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 9 & 16 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 9 & 16 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	3p
	$\Rightarrow \det(A(2) - A(1)) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 0$	2p

b)	$\det(A(x)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & x \\ 9 & 16 & x^2 \end{vmatrix} = 4x^2 + 9x + 48 - 36 - 3x^2 - 16x =$ $= x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$	3p 2p
c)	$\det(A(m)) \leq \det(A(x)) \Leftrightarrow m^2 - 7m + 12 \leq x^2 - 7x + 12$ $\Rightarrow x^2 - 7x - m^2 + 7m \geq 0, \text{ pentru orice } x \text{ real}$ $\Rightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow 49 - 4(-m^2 + 7m) \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 28m + 49 \leq 0$ $\Leftrightarrow (2m - 7)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$	1p 1p 2p 1p
2.a)	$-1 * 0 * 1 = (-1 * 0) * 1 = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \frac{0}{2} + \frac{0}{2}\right) * 1 =$ $= 2 * 1 = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = 1$	3p 2p
b)	<p>Determinarea elementului neutru $e = 3$ Căutăm $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $a * 2 = 2 * a = 3$ $\frac{1}{2}(2a - 2 - a + 3) = 3 \Rightarrow a + 1 = 6 \Rightarrow a = 5$</p>	2p 1p 2p
c)	<p>Fie $x, y \in H \Rightarrow x = 4k + 1$ și $y = 4p + 1$, cu $k, p \in \mathbb{Z}$ $x * y = \frac{3}{2} - \frac{4k+1}{2} - \frac{4p+1}{2} + \frac{(4k+1)(4p+1)}{2} = \frac{16kp+2}{2} =$ $= 4(2kp) + 1 = 4j + 1$, unde $j = 2kp \in \mathbb{Z} \Rightarrow x * y \in H$</p>	1p 2p 2p

Subiectul al III-lea

30 puncte

1.a)	$f'(x) = \frac{1 \cdot (x^4 + 48) - x \cdot 4x^3}{(x^4 + 48)^2} = \frac{3(16 - x^4)}{(x^4 + 48)^2} =$ $= \frac{3(x^4 - 16)}{(x^4 + 48)^2} = -\frac{3(x-2)(x+2)(x^2+4)}{(x^4+48)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f(2) = \frac{1}{32}, f'(2) = 0$ <p>Ecuția tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$, deci $y = \frac{1}{32}$</p>	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ sau } x = -2$ <p>$x \in (-\infty, -2] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f descrescătoare pe $(-\infty, -2]$; $x \in [-2, 2] \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f crescătoare pe $[-2, 2]$ și $x \in [2, +\infty) \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f descrescătoare pe $[2, +\infty)$</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, f(-2) = -\frac{1}{32}, f(2) = \frac{1}{32} \text{ și } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0, \text{ obținem}$ $-\frac{1}{32} \leq f(x) \leq \frac{1}{32}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$	1p 1p 3p
2.a)	$\int_0^1 (x+2)(x+3)f(x)dx = \int_0^1 (2x+5)dx = (x^2 + 5x) \Big _0^1 =$ $= 1+5-0= 6$	3p 2p

b)	$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{2x+5}{x^2+5x+6} dx = \ln(x^2 + 5x + 6) \Big _1^2 =$ $= \ln 20 - \ln 12 = \ln \frac{5}{3}$	3p 2p
c)	$F'(x) = f(x), x \in (-2, \infty), \text{ deci } F''(x) = \frac{-2x^2 - 10x - 13}{(x^2 + 5x + 6)^2}, x \in (-2, \infty)$ $F''(x) < 0, \text{ pentru orice } x \in (-2, \infty), \text{ deci orice primitivă } F \text{ a funcției } f \text{ este concavă.}$	2p 3p

Echipa de profesori:

GĂNESCU CORNRL – CONSTANTIN (Liceul Tehnologic „Dimitru Dumitrescu” Buftea)

ZĂNOAGĂ MARIUS FLORIN (Liceul Tehnologic „Dimitru Dumitrescu” Buftea)

COSMESCU ANA-MARIA (Școala Gimnazială Nr. 190 București)

MORARU DANIELA – Inspector ISJ Ilfov