

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT
Matematică M_ Științe ale naturii, decembrie 2022

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Fie numerele complexe $z_1 = 2 - 5i$ și $z_2 = 3 + 4i$. Arătați că numărul $w = z_1^2 + 5z_2$ este număr real.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 2$. Determinați numerele reale x pentru care $f(x^2) = 5x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3 x = 4 \log_x 3$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Determinați numărul de submulțimi ale lui A care au cel puțin patru elemente.
- 5p 5. Se consideră punctele $A(-2,1)$, $B(2,0)$ și $C(-6,-4)$. Calculați distanța de la O la centrul de greutate al triunghiului ABC .
- 5p 6. Știind că $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ și $\operatorname{tg} x = 3$, arătați că $\frac{3 \sin x + 2 \cos x}{5 \sin x - 4 \cos x} = 1$

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & x \\ 9 & 16 & x^2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) - A(1) = 0$
- 5p b) Arătați că $\det(A(x)) = (x - 3)(x - 4)$
- 5p c) Determinați numărul real m pentru care $\det(A(m)) \leq \det(A(x))$, pentru orice x real.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{3}{2} - \frac{x}{2} - \frac{y}{2} + \frac{xy}{2}$
- 5p a) Arătați că $-1 * 0 * 1 = 1$.
- 5p b) Determinați simetricul elementului 2 în raport cu legea " $*$ ".
- 5p c) Arătați că pentru orice x și y din mulțimea $H = \{4k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$, avem că $x * y \in H$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^4 + 48}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = -\frac{3(x-2)(x+2)(x^2+4)}{(x^4+48)^2}, x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f , în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $-\frac{1}{32} \leq f(x) \leq \frac{1}{32}$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră funcția $f: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+5}{x^2+5x+6}$.

5p

a) Arătați că $\int_0^1 (x+2)(x+3)f(x)dx = 6$.

5p

b) Calculați $\int_1^2 f(x)dx$.

5p

c) Demonstrați că orice primitivă $F: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f este concavă.

SIMULARE ILFOV