

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT  
Matematică M\_mate-info, decembrie 2022  
Clasa a XII-a

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**Subiectul I**

(30 puncte)

- 5p** Determinați  $x \in \mathbb{R}$ , știind că numerele  $x - 1$ ,  $x + 3$ ,  $4 - 2x$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + (m + 1)x + 4$ , unde  $m \in \mathbb{R}$ . Determinați numerele reale  $m$ , știind că vârful parabolei asociate funcției  $f$  se află pe axa  $Ox$ .
- 5p** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x + 2} = x$ .
- 5p** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr oarecare de trei cifre, produsul cifrelor acestuia să fie par.
- 5p** În reperul cartezian  $xOy$  se consideră vectorii  $\overrightarrow{MN} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$  și  $\overrightarrow{NP} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ . Determinați numerele reale  $m$  și  $n$ , știind că  $\overrightarrow{MP} = (m + 2)\vec{i} + (n - 1)\vec{j}$ .
- 5p** Arătați că  $(1 + ctg^2 x)\sin^2 x - (1 + tg^2 x)\cos^2 x = 0$ , pentru orice  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Subiectul al II-lea**

(30 puncte)

- Fie matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a + 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -a \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$  și sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ (a + 2)x + y - z = 0, a \in \mathbb{R}. \\ x + y - az = -1 \end{cases}$$

**5p a)** Arătați că  $\det A(0) = 1$ .

**5p b)** Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\det(A(a)) = 0$ .

**5p c)** Determinați numărul real  $a$ , știind că sistemul are soluție unică  $(x_0; y_0; z_0)$  și  $4\frac{x_0}{z_0} + y_0 = 0$ .
- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 2xy + x + y$ .

**5p a)** Demonstrați că  $x * y = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(y + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .

**5p b)** Determinați numărul real  $x$  pentru care  $x * x * x = 0$ .

**5p c)** Aflați numărul real pozitiv  $a$ , știind că  $f(x * y) = f(x) + f(y)$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ , unde  $f: \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln\left(\frac{x + \frac{1}{2}}{a}\right)$ .

*Subiectul al III-lea*

*(30 de puncte)*

1. Se consideră funcția  $f: (-3; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x - \ln(x + 3)$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = e^x - \frac{1}{x+3}, x \in (-3, \infty)$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x+2}$ .
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f$  este convexă pe  $(-3; \infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{3}{x+1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 (f(x) - x) dx = 3 \ln 2$ .
- 5p b) Calculați  $\int_e^{e^2} \left( f(x) - \frac{3}{x+1} \right) \ln x dx$ .
- 5p c) Arătați că  $\int_0^1 2f(x)F(x) dx = \frac{1}{4} + \ln 8 + 9 \ln^2 2$ , unde  $F$  este primitiva funcției  $f$  pentru care  $F(0)=0$ .