

**SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT**
**Matematică M\_tehnologic, noiembrie 2023**

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**
**SUBIECTUL I**

1.	$z = 3 + 2(1 - i) = 5 - 2i$ $\operatorname{Re}(z) = 5$	2p 3p
2.	$\Delta = 44.$ <p>Valoarea minimă a funcției <math>f</math> este egală cu <math>-\frac{\Delta}{4a} = -11</math></p>	2p 3p
3.	$(x - 3)^2 = x - 1 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$ <p><math>x_1 = 2</math> nu verifică ecuația și <math>x_2 = 5</math> verifică ecuația.</p>	3p 2p
4.	<p>Numărul de submulțimi cu 2 elemente este <math>C_n^2 = 10</math></p> $C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$ $\frac{n(n-1)}{2} = 10 \Rightarrow n(n-1) = 20 \Rightarrow n = 5$	2p 2p 1p
5.	$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = 3\vec{i}$ $AC =  \vec{AC}  = 3$	3p 2p
6.	$A_{\Delta MNP} = \frac{MN \cdot MP \cdot \sin(\sphericalangle M)}{2}$ $A_{\Delta ABC} = \frac{12 \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ}{2} = 9.$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1) =$	3p
------	---	----

	$= 4 + 1 = 5$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$	<b>2p</b>
	$-2A = -2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$	<b>2p</b>
	$A^2 - 2A + I_2 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$	<b>1p</b>
<b>c)</b>	Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ cu $a, b, c, d$ numere reale	
	$A \cdot X = B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$	<b>3p</b>
	Obținem $2a + c = -1$ ; $-a + 2c = 3$ ; $2b + d = 4$ ; $-b + 2d = 3$	
	De unde $a = -1, b = 1, c = 1, d = 2$ , așadar $X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$2 \circ 0 = 2 \cdot 0 - 3 \cdot (2 + 0) + 12 =$	<b>3p</b>
	$= 0 - 6 + 12 = 6$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$y \circ x = yx - 3(y + x) + 12 =$	<b>3p</b>
	$= xy - 3(x + y) + 12 = x \circ y$ , pentru orice $x$ și $y$ numere reale, deci legea “ $\circ$ ” este comutativă	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$x \circ x = x^2 - 6x + 12$ , $x$ număr real	<b>3p</b>
	Ecuția devine $x^2 - 6x + 8 = 0$ cu soluțiile $x = 2$ și $x = 4$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} =$	<b>3p</b>
	$\frac{\sqrt{x} - 2}{2x}$	<b>2p</b>

<p><b>b)</b></p>	<p>Ecuatia tangentei este <math>y - f(x_0) = f'(x_0)(x-x_0)</math>, <math>y-f(1) = f'(1)(x-1)</math>; <math>f(1) = 1</math>;  <math>f'(1) = -\frac{1}{2}</math>  <math>y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)</math>; <math>y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}</math></p>	<p><b>3p</b>  <b>2p</b></p>
<p><b>c)</b></p>	<p><math>f'(x) = 0</math>, <math>x = 4</math>  <math>f'(x) &gt; 0</math>, pentru <math>x &gt; 4</math>, deci <math>f</math> crescătoare pe <math>[4, \infty)</math>.</p>	<p><b>2p</b>  <b>3p</b></p>
<p><b>2.a)</b></p>	<p><math>f</math> continuă pe <math>\mathbb{R} - \{0\}</math> ca fiind functii elementare, <math>l_s(0) = l_d(0) = f(0) = 3</math>  <math>f</math> continuă pe <math>\mathbb{R}</math>, <math>f</math> admite primitive</p>	<p><b>3p</b>  <b>2p</b></p>
<p><b>b)</b></p>	<p>Fie <math>F</math> o primitivă a lui <math>f</math>, <math>F'(x) = f(x) = x^2 - 4x + 3</math>; <math>F''(x) = f'(x) = 2x - 4</math>          Pentru <math>x &lt; 0</math>, avem <math>F''(x) &lt; 0</math>, deci <math>F</math> concavă pe <math>(-\infty, 0)</math></p>	<p><b>3p</b>  <b>2p</b></p>
<p><b>c)</b></p>	<p><math>\int x \cdot f(x) dx = \int x(e^x + 2) dx = \int x e^x dx + \int 2x dx =</math>  <math>\int x(e^x)' dx + 2 \frac{x^2}{2} = x e^x - \int e^x dx + x^2 = x e^x - e^x + x^2 + C</math></p>	<p><b>2p</b>  <b>3p</b></p>