

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Varianta 7**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați termenul  $a_6$  al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , cu  $a_1 = 3$  și  $a_5 = 23$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ . Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $A(m, -1)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{2x-1} = 9 \cdot 3^{x+1}$ .
- 5p** 4. Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Determinați numărul submulțimilor nevide ale mulțimii  $A$ , care au cel mult două elemente.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, 1)$  și  $B(4, 4)$ . Determinați coordonatele punctului  $C$ , știind că  $\overline{OA} = \overline{BC}$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 6$  și înălțimea  $AD = 3$ . Arătați că raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este egală cu  $2\sqrt{3}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & x & x \\ 1 & x & 1 \\ -1 & -x & -1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(1)) = 0$ .
- 5p** b) Arătați că  $A(x) \cdot A(y) - A(xy) = (x + y - 2)A(0)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care  $A(-1) \cdot A(3) \cdot A(x) = A(y)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^4 + 2X^3 - 8X^2 + 3mX + m$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Pentru  $m = 2$ , arătați că  $f(1) = 3$ .
- 5p** b) Pentru  $m = 0$ , determinați rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p** c) Determinați numărul rațional  $m$  pentru care polinomul  $f$  are rădăcina  $x_1 = 1 + \sqrt{3}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{3e^x}{x^2 + x + 1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{3e^x(x^2 - x)}{(x^2 + x + 1)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x)}{f(x)} = +\infty$ .
- 5p** c) Demonstrați că ecuația  $f(x) = m$  are exact trei soluții, pentru orice  $m \in (e, 3)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x + \ln(x + 1)$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^2 (f(x) - \ln(x + 1)) dx = 9$ .

**5p** | b) Arătați că  $\int_0^{e-1} \frac{f(x) - 6x}{x+1} dx = \frac{1}{2}$ .

**5p** | c) Determinați numărul real  $a$ , știind că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x^2)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$  este egală cu  $a\pi + \ln 2$ .