MODEL M.E.N.

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.

(2p) ***a)*** Rezolvă ecuația $3\cdot f(x)=-4-2x$.

(3p) ***b)*** Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar punctul C este simetricul punctului A față de punctul B, determină coordonatele punctului C.

Test 1 (ICHB)

3. Fie n un număr natural care împărţit la 12 şi la 18 dă, de fiecare dată, câtul nenul şi restul 5.

2p a) Arătaţi că cel mai mic număr n este 41.

3p b) Determinaţi toate numerele n care îndeplinesc şi condiţia $100 < n < 200$.

Test 2 (Ilfov)

2. Fie intervalul L=$\{x \in R / -5 + x < 3x + 2 \le x - 1\}$.

(2p) a) Arătați că numărul a= -3 aparține intervalului L.

(3p) b) Determinați L∩Z.

Test 3 (ICHB)

3. Se consideră numerele reale $x = \left(1-\sqrt{7}\right)^2 - 2\cdot(4-\sqrt{5})$ şi $y = \left(\sqrt{15}+\sqrt{105}+\sqrt{75}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{15}}$.

2p a) Arătaţi că $x = 2\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{7})$.

3p b) Arătaţi că numărul $N = x\cdot(y-1)$ este întreg.

Test 4 (Maramures)

3. Se consideră mulțimile $A=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,|2x-1|\le 3\}$ și $B=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x^2=1\}$.

(3p) a) Să se determine mulțimea A.

(2p) b) Aflați cardinalul mulțimii $A\cap B$.

Test 5 (Ilfov)

2. Numerele a , b , c sunt direct proporţionale cu 2 , 3 şi 5 .

(2p) a) Arătaţi că a + b = c .

3p) b) Ştiind că a + b + c = 200 , să se afle numerele a , b şi c.

Test6 (Constanta)

2. Se consideră numerele $a=\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$ și $b=\frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2}+\sqrt{6})}{2}$.

(2p) a) Arată că $b = 2+\sqrt{3}$

(3p) b) Arată că numărul $n = (a+b)^2 - a\cdot b$ este număr natural.

Test7 (ICHB)

3. Se consideră numerele reale $x = \sqrt{10} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \sqrt{6} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$ și

$y = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{\left(2\sqrt{2} + \sqrt{5}\right)^2} - \sqrt{8}$.

2p a) Arătați că $x = \sqrt{5} - 3$.

3p b) Arătați că numărul $N = \frac{y}{2} - x$ este număr natural prim.

Test 8 (Vrancea)

3. Fie numerele

$$a = 3\sqrt{3}\left(\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + 2\sqrt{3}\right) \text{ și } b = \left(\frac{3}{5\sqrt{2}} + \frac{5}{3\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{450} - \sqrt{900}.$$

(2p) a) Arată că a se află în intervalul $\left(6\sqrt{2}, 6\sqrt{3}\right)$.

(3p) b) Demonstrează că $\sqrt{\frac{b}{a}} \in \mathbb{Q}$.

Test 9 (Vrancea)

3. Se consideră numerele

$$\boldsymbol{a} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} + \frac{\mathbf{2}}{\sqrt{\mathbf{8}}} + \frac{\mathbf{3}}{\sqrt{\mathbf{18}}} + \frac{\mathbf{4}}{\sqrt{\mathbf{32}}} + \frac{\mathbf{5}}{\sqrt{\mathbf{50}}}\right) : \frac{\mathbf{10}}{\sqrt{\mathbf{2}}} \text{ și } \boldsymbol{b} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}}.$$

(2p) a) Arată că $a = \frac{1}{2}$.

(3p) b) Calculează numărul $c = (7a - 4b)^{2021}$.

Test 10 (Vrancea)

2. Într-un tramvai gol, în care încap cel mult 70 pasageri, s-au urcat, la plecare , n pasageri ($n \in \mathbb{N}^*$). Jumătate dintre ei au luat loc pe scaune. Aflați numărul n, știind că la prima stație 8% dintre pasageri au coborât din tramvai.

Test 11 (Vrancea)

2. Într-un tramvai gol, în care încap cel mult 50 pasageri, s-au urcat, la plecare, n pasageri ($n \in \mathbb{N}^*$). Jumătate dintre ei au luat loc pe scaune. Aflați numărul n, știind că la prima stație 8% dintre pasageri au coborât din tramvai.

Test 12 (Botosani)

5p **3**. Se consideră numerele reale $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{4}{\sqrt{48}}\right) : \frac{2}{\sqrt{3}}$ și

$$b = \sqrt{\left(1 - 2\sqrt{3}\right)^2} - \frac{3}{2\sqrt{3} - 3}.$$

(2p) a) Arătați că $a = 2$.

(3p) b) Calculați $\left(a + \frac{b}{4}\right)^{2023}$.

Test 13 (Braila)

3. Se consideră numerele reale $a=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{32}-4\cdot\left(\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)}\cdot\sqrt{3}$ și $b=\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\dfrac{1}{4\cdot 5}$

(2p) a) Arată că $a=\dfrac{1}{2}$.

(3p) b) Arată că numărul $N=2(a+b)$ aparține intervalului $\left(2,\sqrt{7}\right)$.

Test 14 (Constanta)

2. Se dă inecuația: $4(x+1)+|x+4|<2(2x+3)$

(2p) a) Verifică dacă 0 este o soluție a inecuației. Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Rezolvă inecuația în mulțimea numerelor reale.

Test 15 (Dambovita)

2.Numerele a , b , c sunt direct proporționale cu 2 , 3 și 5 .
(2p) a) Arătați că a + b = c .
(3p) b) Știind că a + b + c = 200 , să se afle numerele a , b și c.

Test 16 (Hunedoara)

3. Fie numerele $a=\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ și $b=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}$

a) (3p) Arătați că $a^2=4$.

b) (2p) Arătați că $a^2+20\cdot b$ este pătrat perfect.

Test 17 (Iasi)

2. Se consideră numerele $a=\left(\dfrac{18}{\sqrt{20}}-\dfrac{6}{\sqrt{45}}+\dfrac{32}{\sqrt{80}}\right)\cdot\left(\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)^{-1}$ și $b=5^3\cdot 25^3:125^2$.

(2p) a) Arată că numărul $a=5$.

(3p) b) Demonstrează că media geometrică a numerelor a și b este pătrat perfect.

Test 18 (Ilfov)

2. Se dau numerele a= $\left(2\frac{1}{3}+\frac{4}{5}:\frac{8}{15}\right)\cdot\left(\frac{-12}{23}\right)$ și b= $\frac{2}{2-\sqrt{2}}+6\sqrt{6}:(-2\sqrt{3})+\frac{4}{\sqrt{2}}$

(2p) a) Să se arate că a= - 2

p) b) Calculează $(a+b-1)^{2023}$

Test 19 (Timis)

3. Fie numerele reale $a = \sqrt{51 + 10\sqrt{2}}$ și $b = 0,(3) \cdot 12\sqrt{8} - \left(\frac{5}{\sqrt{2}} + \frac{21}{\sqrt{18}} - \frac{99}{\sqrt{242}}\right) : 0,5$.

(2p) a) Arătați că $\left(1 + 5\sqrt{2}\right)^2 = a^2$.

(3p) b) Calculați $(b - a)^{2023}$.

Test 20 (Moisil Bucuresti)

3. Fie f: R →R , f(x) = (4a-2)x -6a+6 , a∈R.

(2p) a) Aflaţi numărul real a, ştiind că reprezentarea grafică a funcției f conține punctul P(a,2).

(3p) b) Pentru a=2 , calculați perimetrul triunghiului obținut din reprezetarea grafică a funcției și axele de coordonate.

Test 21 (ICHB)

2. Se consideră numărul $A = 2^{n+4} - 3 \cdot 2^{n+3} + 7 \cdot 2^{n+2} - 5 \cdot 2^{n+1} + 3 \cdot 2^n$, pentru $n \in N$.

2p a) Arătați că A este divizibil cu 13, pentru orice n natural.

3p b) Aflați valorile naturale ale lui n, $0 < n < 9$, pentru care $\sqrt{13 \cdot A}$ este rațional.

Test 22 (Calarasi)

2. Se consideră fracția $F(n) = \frac{3^{n+2} \cdot + 4 \cdot 3^{n+1} + 2 \cdot 3^n + 160}{2023}$, unde n este număr natural.

(2p) a) Arătați că pentru n = 0, se obține $F(n) = \frac{183}{2023}$

(3p) b) Determinați numărul natural n, pentru care fracția $F(n)$ este echiunitară.

Test 23 (Cluj)

3. Se consideră numerele $a = \sqrt{5} \cdot \left(4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}\right) - 2\left(2\sqrt{10} + 3\right)$ și

$$b = 2\sqrt{7} \cdot \left(3 + \sqrt{3}\right) - 2\left(3 + \sqrt{21}\right) - 6\left(\sqrt{7} - 7\right)$$

(2p) a) Arătați că a este număr întreg.

(3p) b) Calculați media geometrică a numerelor a și b.

Test 24 (Constanta)

2. Fie numărul $a = \frac{2}{3\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} - \left(\sqrt{1,8}\right)^{-1}$

(2p) a) Arătați că $a = -1$.

(3p) b) Dacă $b = 2\sqrt{3} - 5$, calculați $\left(6a - b + 2\sqrt{3}\right)^{2023}$.

Test 25 (Dolj)

3.Se consideră numerele reale : $a=\left(\sqrt{0,(3)}-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\cdot\sqrt{3}-\left(\sqrt{0,(2)}-\frac{4}{3\sqrt{2}}\right)\cdot\sqrt{18}$ și

$$b=\left(\sqrt{0,(6)}+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\cdot\sqrt{6}-\left(\sqrt{0,(3)}+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}$$

(2p) a) Arată că $a=1$.

(3p) b) Arată că dacă $x=\sqrt{a+b}$, atunci x este număr natural.

Test 26 (Galati)

3. Fie mulțimile $A=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|\sqrt{(2x+3)^2}<3\right\}$ și $B=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|\left|\frac{2x+5}{3}\right|<1\right\}$.

(2p) a) Determină suma elementelor mulțimii $(A\cup B)\cap\mathbb{Z}$.

(3p) b) Dacă numărul real $b=\sqrt{24}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-2\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right|-\frac{12}{\sqrt{48}}$, arată că $b\in B$.

Test 27 (Giurgiu)

3. Fie numerele reale $a=3\sqrt{108}+2\sqrt{192}-4\sqrt{12}-2\sqrt{75}$ și $b=5\sqrt{48}+2\sqrt{27}-2\sqrt{432}$.

(2p) a) Calculați numărul real a;

(3p) b) Verificați dacă media geometrică a numerelor a și b aparține intervalului $(9; 10)$.

Test 28 (Vrancea)

2. Se dau numerele

$$x=\left(1{,}25+\sqrt{4\frac{1}{2}:\frac{12}{\sqrt{98}}}\right)\cdot\sqrt{(-3)^2}$$

și

$$y=\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}-\sqrt{48}$$

(2p) a) Demonstrați ca $x=9$.

(3p) b) Stabiliți dacă $N=\sqrt{x+y}$ este pătrat perfect.