

MODEL M.E.N.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} \right) : \frac{x^2+4}{x^2-x-2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x+1}{x+2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.

(3p) b) Determină numerele întregi a pentru care $E(a) \in \mathbb{Z}$.

Test 1 (ICHB)

2. Se consideră numerele $a = \sqrt{5}$ și $b = \frac{\sqrt{5}}{5} - 1$

2p a) Calculați suma dintre inversul lui a și opusul lui b .

3p b) Calculați media geometrică a numerelor x și y unde $x = a^2$ și $y = 4\sqrt{5} \cdot (1 + b)$

Test 2 (Ilfov)

2. Fie intervalul $L = \{x \in \mathbb{R} / -5 + x < 3x + 2 \leq x - 1\}$.

(2p) a) Arătați că numărul $a = -3$ aparține intervalului L .

(3p) b) Determinați $L \cap \mathbb{Z}$.

Test 3 (ICHB)

2. Se consideră expresia $E(x) = (3x - 1)^2 - (x - 1)^2 + (2x + 1)(3x + 4) - 3x - 4$

2p a) Arătați că $[(3x - 1)^2 - (x - 1)^2] : (2x) = 4x - 2$

3p b) Arătați că $E(m)$ este un număr par, pentru orice număr întreg m .

Test 4 (Maramures)

2. Se consideră numerele $a = \frac{9}{\sqrt{3}} - \frac{3}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{14}{5} \cdot \frac{20}{7}}$ și $b = \sqrt{12} - \sqrt{8}$.

(2p) a) Să se arate că $a = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

(3p) b) Să se arate că media geometrică a numerelor a și b este un număr natural.

Test 5 (Ilfov)

2. Numerele a , b , c sunt direct proporționale cu 2, 3 și 5.

(2p) a) Arătați că $a + b = c$.

(3p) b) Știind că $a + b + c = 200$, să se afle numerele a , b și c .

Test6 (Constanta)

2. Se consideră numerele $a = \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$ și $b = \frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2} + \sqrt{6})}{2}$.

(2p) a) Arată că $b = 2 + \sqrt{3}$

(3p) b) Arată că numărul $n = (a + b)^2 - a \cdot b$ este număr natural.

Test7 (ICHB)

2. Se consideră expresia $E(x) = 2(x - 2)(x + 2) - (x + 1)^2 + (x^2 + 1)(x - 1) + 10$, pentru $x \in \mathbb{R}$.
- 2p a)** Arătați că $E(x) = x^3 - x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 3p b)** Arătați că $E(n)$ este divizibil cu 6, pentru orice număr natural n .

Test 8 (Vrancea)

2. Se consideră expresia
 $E(x) = (x + 2)^2 - (-x - 2)^2 + x^2 + 4x + 4$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- (2p) a)** Arată că $E(x) = (x + 2)^2$.
- (3p) b)** Arată că $E(x) > 3x$, pentru orice număr real x .

Test 9 (Vrancea)

2. Se dă expresia
 $E(x) = (x - 3)^2 - (x - 3)(x + 3) - x^2 + 6x - 9$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- (2p) a)** Arată că $E(x) = 9 - x^2$.
- (3p) b)** Arată că $E(x) > 7 - 2x^2 + x$, pentru orice număr real x .

Test 10 (Vrancea)

3. Fie $E(n) = \sqrt{3^{2n} + 8 \cdot 3^n + 16}$, $n \in \mathbb{N}$. Arătați că:
- (2p) a)** $E(1) = 7$.
- (3p) b)** $E(n)$ este un număr natural.

Test 11 (Vrancea)

- e) 3. Fie $E(n) = \sqrt{4^{2n} + 6 \cdot 4^n + 9}$, $n \in \mathbb{N}$. Arătați că:
- (2p) a)** $E(1) = 7$.
- (3p) b)** $E(n)$ este un număr natural.

Test 12 (Botosani)

2. Se dă expresia $E(x) = (2x + 1)^2 - (x - 1)^2 + (x + 1)(x - 1) - 3x^2 + 12$ unde x este număr real.
- (2p) a)** Arătați că $E(x) = x^2 + 6x + 11$.
- (3p) b)** Aflați valoarea lui x pentru care $E(x)$ are valoarea minimă.

Test 13 (Braila)

2. Se consideră expresia $E(x) = x(2x - 5) + (x + 5)^2 - (x + 2)^2 - (3 + x)(x - 3) - 30$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = x^2 + x$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Arată că $E(n)$ este număr par pentru orice număr natural n .

Test 14 (Constanta)

2. Se dă inecuația: $4(x + 1) + |x + 4| < 2(2x + 3)$

(2p) a) Verifică dacă 0 este o soluție a inecuației. Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Rezolvă inecuația în mulțimea numerelor reale.

Test 15 (Dambovită)

3. Fie $E(x) = (x-1)^2 + (2x-1)^2 - (x-1)(x+1) + 2x$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) a) Arătați că $E(x) = 4x^2 - 4x + 3$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

(3p) b) Arătați că $E\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) > 2$

Test 16 (Hunedoara)

2. Fie $E(x) = (2x + 1)^2 - 2(x - 1)^2 - (x - 4)(x + 4)$, $x \in \mathbb{R}$

(3p) a) Arătați că $E(x) = (x + 3)(x + 5)$;

b.) (2p) Rezolvați ecuația $E(x) - x(x + 2) = 3$.

Test 17 (Iasi)

2. Se consideră numerele $a = \left(\frac{18}{\sqrt{20}} - \frac{6}{\sqrt{45}} + \frac{32}{\sqrt{80}}\right) \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^{-1}$ și $b = 5^3 \cdot 25^3 : 125^2$.

(2p) a) Arată că numărul $a = 5$.

(3p) b) Demonstrează că media geometrică a numerelor a și b este pătrat perfect.

Test 18 (Ilfov)

3. Se consideră expresia $E(x) = (2x-1)^2 - (x\sqrt{3} + 2)(x\sqrt{3} - 2) - 10$

(2p) a) Arată că $E(-2) = 7$.

(3p) b) Să se determine suma numerelor reale a și b pentru care $E(x) = (x+a)(x+b)$

Test 19 (Timiș)

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 3)^2 - 3(x - 2)^2 - 2(1 + x)(x - 1) + 10$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) a) Arătați că $E(x) = (3 - x)(x + 3)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) b) Calculați media geometrică a numerelor $E(1 + \sqrt{3})$ și $E(1 - \sqrt{3})$.

Test 20 (Moisil Bucuresti)

2. Fie expresia:

$$E(x) = \left[\frac{2}{x+2} + \frac{4x}{4-x^2} + \frac{-6x-6}{x^2-x-2} \right] \cdot (2-x) - 8, x \in \mathbb{R} - \{-2, -1, 2\}$$

(2p) a) Arătați că $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$.

(3p) b) Demonstrați că $E(x)$ nu depinde de x .

Test 21 (ICHB)

3. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{x}{x-1} - \frac{2}{2-x} - \frac{2}{x^2-3x+2} \right) : \frac{x^2+3x+2}{x^2+2x-3}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; -1; 1; 2\}$.

2p a) Arătați că $E(x) = \frac{x+3}{x+1}$.

3p b) Determinați valorile întregi ale lui n pentru care $E(n) \in \mathbb{Z}$.

Test 22 (Calarasi)

3. Se consider expresia: $E(x) = (x+3)^2 - (x-3)^2 + x(x-10) - 1$, unde $x \in \mathbb{R}$

(2p) a) Arătați că $E(x) = x^2 + 2x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$

(2 p) b) Arătați că $E(\sqrt{3}-1)$ este număr natural

Test 23 (Cluj)

2. Se dă expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{1-x} \right) \cdot \frac{x+1}{2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

(2p) a) Arătați că $E(x) = \frac{x+1}{x-1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

(3p) b) Aflați numerele întregi x pentru care valoarea expresiei $E(x)$ este număr întreg.

Test 24 (Constanta)

3. Fie $E(x) = \left(\frac{x-6}{x^2-25} + \frac{x}{x-5} - \frac{2}{x+5} \right) : \frac{2x+4}{x^2-25}$, $x \in \mathbb{R} - \{-5; -2; 5\}$

(2p) a) Arătați că $E(x) = \frac{x+2}{2}$.

(3p) b) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $|4 \cdot E(x) - 5| = 5$.

Test 25 (Dolj)

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 1)^2 - (x - 1)^2 + (x - 2)(x + 2) - 3x^2 + 14$.

(2p) a) Arată că $E(x) = x^2 + 6x + 10$, oricare ar fi numărul real x .

(3p) b) Arată că $E(x) \geq 0$, pentru orice număr real x .

Test 26 (Galati)

2. Fie expresia $E(x) = (x + 3)^2 - (x + 2)^2$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) a) Calculează $E(\sqrt{3} - 1)$.

(3p) b) Arată că numărul $A = E(1) + E(2) + \dots + E(n) + 9$ este un număr pătrat perfect, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Test 27 (Giurgiu)

2. Se consideră expresia :

$E(x) = x^3 + (x + 3)^2 + (x - 2)^2 + (x + 1)(x - 1) - 12$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(3p) a) Demonstrează că $E(x) = x(x + 1)(x + 2)$, pentru orice număr real x .

(2p) b) Demonstrează că $E(n) : 6$, pentru orice număr natural n .

Test 28 (Vrancea)

3. Se consideră expresia $E(x) = (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) + 1$, unde x este număr real.

(2p) a) Arătați că $(x + 2)(x + 5) = x^2 + 7x + 10$ pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrați că $\sqrt{E(n)}$ este număr natural, oricare ar fi numărul natural n .