

# Testul 39

## Subiectul I

1. Verificați dacă  $\log_2 3 \log_3 4 \in \mathbb{N}$ . (5 p.)
2. Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care  $x^2 + x + m \geq -2$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ . (5 p.)
3. Arătați că funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 3$  este inversabilă. (5 p.)
4. Determinați  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 3$ , știind că  $A_n^2 = 30$ . (5 p.)
5. Fie  $ABCD$  un paralelogram. Arătați că  $\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{BC}$ . (5 p.)
6. Știind că  $\sin a = \frac{4}{5}$ , calculați  $\sin(180^\circ - a)$ . (5 p.)

## Subiectul II

1. Considerăm matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ .
  - a) Calculați  $\det A$ . (5 p.)
  - b) Determinați inversa matricei  $B$ . (5 p.)
  - c) Calculați  $AB - BA$ . (5 p.)
2. Fie polinomul  $f = X^3 + \hat{2}X + \hat{1}$  cu coeficienți în corpul  $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ .
  - a) Arătați că  $f$  nu are rădăcini în  $\mathbb{Z}_3$ . (5 p.)
  - b) Determinați câtul împărțirii lui  $f$  la  $X + \hat{2}$ . (5 p.)
  - c) Determinați toate polinoamele  $g \in \mathbb{Z}_3[X]$ , de gradul 3 cu proprietatea că  $g(a) = f(a)$  oricare ar fi  $a$  în  $\mathbb{Z}$ . (5 p.)

## Subiectul III

1. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^4 + 3x^2 + 2}$ .
  - a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^5 f'(x)$ . (5 p.)
  - b) Determinați punctele de extrem ale graficului funcției  $f$ . (5 p.)
  - c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x f(x)$ . (5 p.)
2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$ .
  - a) Calculați  $\int_0^1 f(x) dx$ . (5 p.)
  - b) Calculați  $\int_0^1 x f(x) dx$ . (5 p.)
  - c) Determinați volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției  $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x)$ , în jurul axei  $Ox$ . (5 p.)

**Fiecare subiect are alocate 30 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.**