

# Testul 35

## Subiectul I

1. Determinați partea întreagă a numărului  $a = 10\sqrt{5}$ . (5 p.)
2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 4$ . Determinați imaginea funcției  $f$ . (5 p.)
3. Rezolvați ecuația  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} = \left(\frac{4}{9}\right)^{2-x}$ . (5 p.)
4. Determinați numărul submulțimilor ordonate cu trei elemente ale mulțimii  $\{1, 3, 5, 7\}$ . (5 p.)
5. Determinați ecuația dreptei de pantă 2 ce trece prin punctul  $A(1, 4)$ . (5 p.)
6. Calculați cosinusul celui mai mare unghi al triunghiului  $ABC$  în care  $AB = 3$ ,  $BC = 5$  și  $CA = 7$ . (5 p.)

## Subiectul II

1. Considerăm sistemul de ecuații liniare 
$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 0 \\ x + y + z = 3 \\ 2x + y = m \end{cases}, \text{ unde } m \in \mathbb{Z}.$$
  - a) Calculați determinantul matricei sistemului. (5 p.)
  - b) Determinați  $m \in \mathbb{Z}$  știind că  $(1, 1, 1)$  este soluție a sistemului. (5 p.)
  - c) Rezolvați sistemul pentru  $m = 12$ . (5 p.)
2. Fie polinomul  $f = X^4 + aX^3 + bX^2 + X + 1$  unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale și  $x_1, x_2, x_3, x_4$  rădăcinile lui.
  - a) Dacă  $a = b = 0$ , determinați restul împărțirii lui  $f$  la  $X + 2$ . (5 p.)
  - b) Demonstrați că pentru orice  $p, q \in \mathbb{R}, p \neq q$ , caturile împărțirii lui  $f$  la  $X - p$  și  $X - q$  nu sunt egale. (5 p.)
  - c) Pentru  $a = 0$  și  $b = 1$ , calculați  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$ . (5 p.)

## Subiectul III

1. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 4}$ .
  - a) Determinați ecuația asimptotei graficului lui  $f$  spre  $-\infty$ . (5 p.)
  - b) Arătați că  $2x f(x) + (x^2 + 4) f'(x) = 3x^2$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ . (5 p.)
  - c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{\ln x}$ . (5 p.)
2. Fie funcția  $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{1+x^3}$ .
  - a) Calculați  $\int_0^1 x^2 f(x) dx$ . (5 p.)
  - b) Arătați că aria suprafeței mărginite de graficul lui  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele  $x = 0$ ,  $x = 1$  este mai mică sau egală cu  $\frac{1}{3} \ln 16$ . (5 p.)
  - c) Calculați  $\int_0^1 (x-1) f(x) dx$ . (5 p.)

**Fiecare subiect are alocate 30 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.**