

# Testul 31

## Subiectul I

1. Calculați al optulea termen al progresiei geometrice având primul

termen egal cu 256 și rația egală cu  $\frac{1}{2}$ . (5 p.)

2. Determinați  $a \in \mathbb{R}$  știind că punctul de minim al funcției

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2ax$  este egal cu 1. (5 p.)

3. Rezolvați ecuația  $x = \log_x x^2$ .

(5 p.)

4. Calculați  $A_6^2 - C_5^4$ .

(5 p.)

5. Determinați  $a \in \mathbb{R}$  știind că distanța dintre punctele  $A(1,2)$  și  $B(a, 5)$  este egală cu 5.

(5 p.)

6. Demonstrați că  $\cos x \cdot \cos(180^\circ - x) \leq 0$ , oricare ar fi  $x$ ,  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ .

(5 p.)

## Subiectul II

1. Considerăm matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) Calculați  $\det A^3$ . (5 p.)

b) Determinați inversa matricei  $I_2 + A$ . (5 p.)

c) Demonstrați că oricare ar fi  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  avem  $X^2 \neq A$ . (5 p.)

2. Fie polinomul  $f = X^3 + \hat{2}X^2 + \hat{4}X + \hat{3}$  cu coeficienții în corpul  $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ .

a) Calculați  $f(\hat{1})$ . (5 p.)

b) Determinați rădăcinile din  $\mathbb{Z}_5$  ale lui  $f$ . (5 p.)

c) Descompuneți  $f$  în factori ireductibili în  $\mathbb{Z}_5[X]$ . (5 p.)

## Subiectul III

1. Fie funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^4 + x \ln x$ .

a) Arătați că  $f$  este funcție convexă. (5 p.)

b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de pe grafic de abscisă  $x_0 = 1$ . (5 p.)

c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{\ln x}$ . (5 p.)

2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3x + 1}{x^2 + x + 1}$ .

a) Dacă  $F$  este o primitivă a lui  $f$ , arătați că  $F(2) \leq F(\sqrt[3]{9})$ . (5 p.)

b) Calculați  $\int_0^1 f(x) dx$ . (5 p.)

c) Arătați că pentru orice  $a \in (0, \infty)$ , aria suprafeței mărginite de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele  $x = 0$ ,  $x = a$  este mai mică sau egală cu  $\frac{11a^2 + 8a}{6}$ . (5 p.)

**Fiecare subiect are alocate 30 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.**