

Testul 24

Subiectul I

1. Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că numerele $a - 1$, $a + 3$, $2 - 3a$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. (5 p.)
2. Punctele $A(1, 1)$ și $B(4, 3)$ aparțin graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de gradul 1. Determinați cel mai mare număr întreg n pentru care $f(n) < 0$. (5 p.)
3. Rezolvați ecuația $2^x + 2^{x+2} = 10$. (5 p.)
4. Calculați $C_{18}^2 - C_{18}^{16} + C_{18}^3 - C_{18}^{15}$. (5 p.)
5. Fie vectorii $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v}_2 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$. Calculați modulul vectorului $3\vec{v}_1 - 2\vec{v}_2$. (5 p.)
6. Calculați $\sin 155^\circ - \sin(90^\circ - 65^\circ)$. (5 p.)

Subiectul II

1. Considerăm sistemul de ecuații liniare
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -x + y + z = 0 \\ 2x - y + az = 1 \end{cases}$$
, unde $a \in \mathbb{R}$.
 - a) Calculați determinantul matricei sistemului. (5 p.)
 - b) Arătați că $(1, 1, 0)$ este soluție pentru orice $a \in \mathbb{R}$. (5 p.)
 - c) Rezolvați sistemul pentru $a \neq -1$. (5 p.)
2. Fie polinomul $f = X^3 + 2X^2 - 5X + 1$ și x_1, x_2, x_3 rădăcinile sale.
 - a) Determinați restul împărțirii lui f la polinomul $X^2 + 1$. (5 p.)
 - b) Calculați $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$. (5 p.)
 - c) Calculați $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$. (5 p.)

Subiectul III

1. Fie funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{3^x - 1}$.
 - a) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ a graficului funcției f . (5 p.)
 - b) Calculați limitele laterale ale funcției f în punctul $x_0 = 0$. (5 p.)
 - c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} x f(x)$. (5 p.)
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1 + x^4}$.
 - a) Determinați primitiva F a lui f cu $F(0) = 3$. (5 p.)
 - b) Calculați $\int_0^1 x^2 f(x) dx$. (5 p.)
 - c) Calculați $\int_0^1 x^3 f'(x) dx$. (5 p.)

Fiecare subiect are alocate 30 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.