

# Testul 22

## Subiectul I

1. Calculați partea întreagă a numărului  $\det A(x)$ . (5 p.)
2. Determinați toate valorile reale ale lui  $m$  pentru care  $x^2 + x + m \geq 0$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ . (5 p.)
3. Rezolvați ecuația  $25^x = \frac{1}{125}$ . (5 p.)
4. Determinați numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii  $\{3, 4, 5, 6\}$ . (5 p.)
5. Punctele  $M, A, B, C$  verifică relația  $\overline{MA} = \overline{MB} + \overline{MB} + \overline{AM}$ .  
Arătați că vectorii  $\overline{AB}$  și  $\overline{AC}$  au același modul. (5 p.)
6. Calculați perimetrul triunghiului  $ABC$  știind că  $B = 60^\circ$ ,  $BA = 2$  și  $BC = 5$ . (5 p.)

## Subiectul II

1. Considerăm matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ .
  - a) Arătați că  $A(A - 7I_2) = O_2$ . (5 p.)
  - b) Determinați valorile lui  $m \in \mathbb{R}$  pentru care matricea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  nu este inversabilă. (5 p.)
  - c) Calculați determinantul matricei  $f(x) = x^2 - 3x + 4$ . (5 p.)
2. Fie polinomul  $f = X^4 - 3X + 1$  și  $x_1, x_2, x_3, x_4$  rădăcinile lui.
  - a) Determinați restul împărțirii lui  $f$  la  $X + 1$ . (5 p.)
  - b) Calculați  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} = \left(\frac{4}{9}\right)^{2-x}$ . (5 p.)
  - c) Arătați că  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5 - 4$ . (5 p.)

## Subiectul III

1. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} e^x - \frac{1}{x}, & x \leq 1 \\ \frac{x}{x^2 - 1}, & x > 1 \end{cases}$ .
  - a) Determinați asimptotele verticale ale graficului funcției  $f$ . (5 p.)
  - b) Arătați că  $f$  este convexă pe  $(-\infty, 0)$ . (5 p.)
  - c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \cdot \ln x$ . (5 p.)
2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ .
  - a) Calculați  $\int_2^3 \frac{(x-1)^2}{f(x)} dx$ . (5 p.)
  - b) Dacă  $F$  este o primitivă a lui  $f$ , calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{x^4}$ . (5 p.)
  - c) Calculați aria suprafeței mărginite de graficul funcției  $g: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) \cdot \ln x$  și axa  $Ox$ . (5 p.)

Fiecare subiect are alocate 30 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.