

# Testul 21

## Subiectul I

1. Determinați numărul elementelor mulțimii  $\{4, 7, 10, 13, \dots, 100\}$ . (5 p.)
2. Determinați  $a \in \mathbb{R}$  știind că punctul  $A(a, a+1)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - 3x$ . (5 p.)
3. Rezolvați ecuația  $\log_2 x + \log_2 4 = 3$ . (5 p.)
4. Calculați  $C_4^4 + 3! + A_3^3$ . (5 p.)
5. Fie  $ABCD$  un pătrat de latură 2. Calculați lungimea vectorului  $\overline{AC} + \overline{BD}$ . (5 p.)
6. Calculați sinusul complementului unghiului de  $30^\circ$ . (5 p.)

## Subiectul II

1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .
  - a) Calculați determinantul matricei  $A$ . (5 p.)
  - b) Arătați că  $A^3 + I_3 = 2A$ . (5 p.)
  - c) Determinați inversa matricei  $A$ . (5 p.)
2. Fie polinomul  $f = X^3 + 2X^2 - 3X + a$ , unde  $a$  este un număr real și  $x_1, x_2, x_3$ , rădăcinile sale.
  - a) Determinați valoarea lui  $a$  pentru care restul împărțirii lui  $f$  la  $X + 2$  este 4. (5 p.)
  - b) Calculați  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ . (5 p.)
  - c) Pentru  $a = -6$  descompuneți  $f$  în factori ireductibili în  $\mathbb{R}[X]$ . (5 p.)

## Subiectul III

1. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2 + e^x}{1 + e^x}$ .
  - a) Determinați asimptotele horizontale ale graficului funcției  $f$ . (5 p.)
  - b) Arătați că funcția  $f$  este descrescătoare. (5 p.)
  - c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 + e^x) f(x)}{x}$ . (5 p.)
2. Fie funcția  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^4 + 5x^2 + 4}$ .
  - a) Calculați primitivele funcției  $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x(2x^2 + 5)f(x)$ . (5 p.)
  - b) Calculați  $\int_0^1 f(x) dx$ . (5 p.)
  - c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției  $f$  în jurul axei  $Ox$  este strict mai mare ca  $\frac{3}{100}$ . (5 p.)

Fiecare subiect are alocate 30 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.