

Testul 2

Subiectul I

1. Calculați $\sqrt[3]{27} + \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{8})$. (5 p.)
2. Determinați coordonatele vârfului parabolei ce reprezintă graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 + x$. (5 p.)
3. Rezolvați ecuația $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2$. (5 p.)
4. Determinați numărul permutărilor mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ divide } 12\}$. (5 p.)
5. Determinați panta dreptei ce trece prin punctele $A(1, -1)$ și $B(2, 3)$. (5 p.)
6. În triunghiul ABC avem $AB = 3, AC = 4, A = 60^\circ$.
Determinați lungimea laturii BC . (5 p.)

Subiectul II

1. Considerăm matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 - a) Calculați $\det(A + A')$, unde A' este transpusa matricei A . (5 p.)
 - b) Arătați că $A^3 - 3A^2 + 3A - I_3 = O_3$. (5 p.)
 - c) Calculați A^{-1} . (5 p.)
2. Fie mulțimea $M = \mathbb{R} - \{-6\}$ și legea „*“ definită pe \mathbb{R} prin $x * y = \frac{1}{3}xy + 2x + 2y + 6$.
 - a) Arătați că $x * y = \frac{1}{3}(x+6)(y+6) - 6$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$. (5 p.)
 - b) Arătați că pentru orice $x, y \in M$ rezultă că $x * y \in M$. (5 p.)
 - c) Demonstrați că M este grup în raport cu legea „*“ . (5 p.)

Subiectul III

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 - 3}{e^x}$.
 - a) Determinați ecuația asimptotei graficului funcției f spre $+\infty$. (5 p.)
 - b) Arătați că funcția f are exact două puncte de extrem. (5 p.)
 - c) Arătați că $f(x) > -6$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$. (5 p.)
2. Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
 - a) Determinați primitiva F a lui f cu proprietatea că $F(1) = 2$. (5 p.)
 - b) Calculați aria suprafeței mărginite de graficul lui f , axa Ox și dreptele $x = \frac{1}{2}, x = 1$. (5 p.)
 - c) Calculați $\int_1^e f^2(x) dx$. (5 p.)

Fiecare subiect are alocate 30 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.