

Testul 1

Subiectul I

1. Ecuația $x^2 - x - 1 = 0$ are rădăcinile reale x_1 și x_2 . Calculați $(x_1 - 1)(x_2 - 1)$. (5 p.)
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că punctul $A(a, a + 1)$ aparține graficului funcției. (5 p.)
3. Calculați $\log_4 2 + \frac{1}{2}$. (5 p.)
4. Calculați $C_{10}^2 - C_9^2$. (5 p.)
- *5. Triunghiul ABC are $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 5$. Calculați lungimea vectorului $\overline{BA} + \overline{BC}$. (5 p.)
- *6. Calculați $\sin x$ știind că $0^\circ < x < 90^\circ$ și $\cos x = \frac{2}{3}$. (5 p.)

Subiectul II

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.
 - a) Calculați A^{-1} pentru $a = 0$. (5 p.)
 - b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că $\det A^2 = 1$. (5 p.)
 - c) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $AB = BA$, unde $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. (5 p.)
2. Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + a}$, unde $a \in \mathbb{R}$.
 - a) Determinați numărul real a astfel încât $1 * 2 = 3$. (5 p.)
 - b) Pentru $a = -1$, arătați că \mathbb{R} este grup în raport cu legea „*“ . (5 p.)
 - c) Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x - a}$. Arătați că $f(x + y) = f(x) * f(y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$. (5 p.)

Subiectul III

- *1. Fie $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 8}{x + 1}$.
 - a) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de pe grafic de abscisă $x = 0$. (5 p.)
 - b) Determinați asimptotele verticale ale graficului funcției f . (5 p.)
 - c) Arătați că f este concavă pe intervalul $(-\infty, -1)$. (5 p.)
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5^x - \left(\frac{1}{5}\right)^x$.
 - a) Calculați $\int_{-5}^5 f(x) dx$. (5 p.)
 - b) Arătați că $\int_{-x}^{x+1} f(t) dt \geq 0$, pentru orice $x \geq 0$. (5 p.)
 - c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{5^x} \int_0^x f(t) dt$. (5 p.)

Fiecare subiect are alocate 30 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.