Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(1+3i)^2-6i=1+6i+9i^2-6i=$	**3p**
	$=1-9=-8$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x+1=3x-7$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=4$ și $y=5$	**2p**
3.	$3-x=4x^2\Rightarrow 4x^2+x-3=0$	**3p**
	$x=-1$, care nu convine; $x=\frac{3}{4}$, care convine	**2p**
4.	Numărul de submulțimi cu două elemente ale mulțimii A este egal cu $C_5^2=\frac{5!}{3!\cdot 2!}=10$	**2p**
	Numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii A este egal cu $C_5^3=\frac{5!}{2!\cdot 3!}=10$, deci numărul de submulțimi cu două elemente ale mulțimii A este egal cu numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii A	**3p**
5.	$m_{AB}=1$, $m_{AC}=-a+2$, unde a este număr real	**2p**
	$m_{AB}=m_{AC}$, de unde obținem $a=1$	**3p**
6.	$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, deci $\cos x+\frac{1}{2}=1\Rightarrow\cos x=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sin^2 x+\frac{1}{4}=1\Leftrightarrow\sin^2 x=\frac{3}{4}$ și, cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem că $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{vmatrix}=2\cdot(-2)-4\cdot(-1)=$	**3p**
	$=-4+4=0$	**2p**
b)	$M(1)=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}2-2x & 4-6x\\ -1+x & -2+3x\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$M(x)\cdot M(1)=\begin{pmatrix}0 & -2x\\ 0 & x\end{pmatrix}=x\begin{pmatrix}0 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}=xM(1)$, pentru orice număr real x	**3p**
c)	$M(4)\cdot M(3)\cdot\left(M(2)\cdot M(1)\right)=M(4)\cdot M(3)\cdot\left(2M(1)\right)=2M(4)\cdot\left(M(3)\cdot M(1)\right)=2\cdot 3\cdot 4M(1)$	**3p**
	Cum $2\cdot 3\cdot 4M(1)=nM(1)$, obținem $n=24$	**2p**
2.a)	$1*2=1+2+1^2\cdot 2^2=$	**3p**
	$=1+2+4=7$	**2p**

b)	$x*0=x+0+0=x$, pentru orice număr real x $0*x=0+x+0=x$, pentru orice număr real x, deci $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	**2p** **3p**
c)	$-2+x+4x^2\le 3$, deci $4x^2+x-5\le 0$ $x\in\left[-\frac{5}{4},1\right]$ și, cum x este număr întreg, obținem $x=-1$ sau $x=0$ sau $x=1$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(e^x\right)'+\left(x^4\right)'-(2x)'+(2)'=$ $=e^x+4x^3-2+0=e^x+4x^3-2$, $x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$f(0)=3$, $f'(0)=-1$ Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=-x+3$	**2p** **3p**
c)	$f''(x)=e^x+12x^2$, $x\in\mathbb{R}$ $f''(x)\ge 0$, pentru orice număr real x, deci funcția f este convexă	**3p** **2p**
2.a)	$\int_1^3 f(x)dx=\int_1^3\left(x-\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\right)dx=\int_1^3 xdx=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_1^3=$ $=\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=4$	**3p** **2p**
b)	$\int_1^2\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)\ln xdx=\int_1^2 x\ln xdx=\int_1^2\left(\frac{x^2}{2}\right)'\ln xdx=\left.\frac{x^2}{2}\ln x\right\|_1^2-\int_1^2\frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}dx=$ $=\frac{4}{2}\ln 2-\frac{1}{2}\ln 1-\left.\frac{x^2}{4}\right\|_1^2=2\ln 2-\frac{3}{4}$	**3p** **2p**
c)	$\int_1^{\sqrt{2}} x^{n+1}f^n(x)dx=\int_1^{\sqrt{2}} x\left(x^2-1\right)^n dx=\frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{2}}\left(x^2-1\right)'\left(x^2-1\right)^n dx=\left.\frac{\left(x^2-1\right)^{n+1}}{2(n+1)}\right\|_1^{\sqrt{2}}=\frac{1}{2(n+1)}$ Cum $2(n+1)\le 2021\Leftrightarrow n\le\frac{2019}{2}$, obținem că 1009 este cel mai mare număr natural nenul pentru care $\int_1^{\sqrt{2}} x^{n+1}f^n(x)dx\ge\frac{1}{2021}$	**3p** **2p**