

EXERCITIUL DAT la examen 2020

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+1)^2 - 3(x-1)^2 - (x-1)(x+1) - 6(x+1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n) \leq -1$.

TESTELE antrenament:

Test 1

5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x}{x^2+x} - \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1} \right) : \frac{2x}{x-1}$, unde x este număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 1$. Arătați că $E(x) = 0$, pentru orice x număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 1$.

Test 2

5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x-2)(x+2)} \right) : \left(\frac{x^2-1}{x^2-4} - 1 \right)$, unde x este număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$. Arătați că $E(x) = 1$, pentru orice x număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$.

Test 3

5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x}{x^2+3x} - \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} \right) : \frac{6}{x-3}$, unde x este număr real, $x \neq -3$, $x \neq 0$ și $x \neq 3$. Arătați că $E(x) = 0$, pentru orice x număr real, $x \neq -3$, $x \neq 0$ și $x \neq 3$.

Test 4

5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{1}{x-1} - \left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} - 2 \right) : \frac{4}{x+1}$, unde x este număr real, $x \neq -1$ și $x \neq 1$. Arătați că $E(x) = 0$, pentru orice x număr real, $x \neq -1$ și $x \neq 1$.

Test 5

5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{4}{x-2} : \frac{(x+3)^2 - (x+1)^2}{x^2-4}$, unde x este număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$. Arătați că $E(x) = 1$, pentru orice x număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$.

Test 6

5. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - (2+x)(x-2) - 2(5x+7)$, unde x este număr real. Demonstrați că $E(x) \geq 7$, pentru orice număr real x .

Test 7

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x-1)^2 - 3(x-3)(x+2) - (x-2)(x+1)$, unde x este număr real. Demonstrați că $E(1) + E\left(\frac{1}{2}\right) + E\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + E\left(\frac{1}{2020}\right) = 42420$, pentru orice număr real x .

Test 8

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x-1)^2 - 2(x-2)(x+1) - (x+1)^2$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n , numărul $N = E(2n+1) - E(2n-1)$ este multiplu al lui 8.

Test 9

5. Se consideră expresia $E(x) = x(x+3)^2 - 2(x-1)^2 - (2x-3)(2x+3) - (17x+7)$, unde x este număr real. Arătați că $\frac{E(3)}{1 \cdot 5} + \frac{E(4)}{2 \cdot 6} + \frac{E(5)}{3 \cdot 7} + \dots + \frac{E(100)}{98 \cdot 102} = 5047$.

Test 10

5. Se consideră expresia $E(x) = 3(x+1)^2 + 2(x+2)(x+3) - (x+5)$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr natural n , numărul natural $E(n)$ este divizibil cu 10.

Test 11

5. Se consideră expresia $E(x) = x(3x-2)^2 - 2(x^2-2x)(3x-2) + x(x^2-4x+4)$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a , $E(-a) + E(a) = 0$.

Test 12

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+3)^2 - (x-3)(x+7) - 2(x-2)^2$, unde x este număr real. Determinați numărul real a pentru care $E(a)$ are cea mai mică valoare posibilă.

Test 13

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+3)^2 + x(x-15) - 4(x-1)^2 + 1$, unde x este număr real. Calculați $N = a^2 + b^2$, unde a și b , cu $a < b$, sunt numerele reale pentru care $E(x) = (x+a)(x+b)$, pentru orice număr real x .

Test 14

5. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - 3(x-1)(x+3) + (x-2)^2 - 31$, unde x este număr real. Calculați valoarea absolută a numărului $A = E(1) - E(2) + E(3) - E(4) + \dots + E(2019) - E(2020)$.

Test 15

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x-1)^2 - 3(x-2)(x+1) + (x+1)^2 - x - 8$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr real nenul a , media geometrică a numerelor $E(a)$ și $E\left(\frac{1}{a}\right)$ este număr natural.

Test 16

5. Se consideră expresia $E(x) = (3x-1)^2 - 7(x+1)(x-2) - (x+3)^2$, unde x este număr real. Arătați că $E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2020) = 0$.

Test 17

5. Se consideră expresia $E(x) = (4x-5)^2 - 2(8x^2 - 30x + 25) + (2x-5)^2$, unde x este număr real. Arătați că $E(-x) = E(x)$, pentru orice număr real x .

Test 18

5. Se consideră expresia $E(x) = (x-3)^2 - 3(x-10) - (x-4)(x+4)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n) \geq 1$.

Test 19

5. Se consideră expresia $E(x, y) = (x-4)(x-2) + (y-1)(y-3) + 3$, unde x și y sunt numere reale. Demonstrați că $E(x, y) \geq 1$, pentru orice numere reale x și y .

Test 20

5. Se consideră $E(x) = (x^2 - x + 1)^2 - (x^2 - x)^2 - x^2$, unde x este număr real. Calculați media aritmetică a numerelor $E(-\sqrt{2})$ și $E(\sqrt{2})$.

Test 21

5. Se consideră expresia $E(x) = (3x - 1)^2 - (3x + 1)^2 + (3x + 2)^2 - 9x^2$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(49)$ este pătratul unui număr natural.

Test 22

5. Se consideră expresia $E(x) = (x - 1)^2 + (2x - 1)^2 + (1 - x)(2x - 1) + 3x - 1$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care numărul $E(n)$ este prim.

Test 23

5. Se consideră expresia $E(x) = (x + 2)^2 - (x - 1)^2 - 2(x + 3) - 5$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $0 < E(n) \leq 11$.

Test 24

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 3)(3x - 2) - (x - 1)^2 - (2x - 1)^2 + 26$, unde x este număr real. Demonstrați că $E(7^n - 2)$ se divide cu 7^{n+1} , pentru orice număr natural nenul n .

Test 25

5. Se consideră expresia $E(x) = (x - 1)^2 + (2x + 1)(x + 3) + (3x - 1)^2 + 3x$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(m)$ este impar, pentru orice număr întreg m .

Test 26

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 3)^2 - (2 - x)(2 + x) - 5x^2 - 12x$, unde x este număr real. Arătați că $E(x) = E(2020)$, pentru orice număr real x .

Test 27

5. Se consideră expresia $E(x) = (3x+4)^2 - 2(3x-4)(3x+4) + (3x-4)^2$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care $E(n) = n^3$.

Test 28

5. Se consideră expresia $E(x) = (4x+3)^2 - (3-4x)^2 + (2x-1)(x-5) - 2(x+9)^2 + 160$, unde x este număr real. Arătați că $E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(10) = 85$.

Test 29

5. Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 - (x-1)^2 + (2x+1)^2 - (2x-1)^2$, unde x este număr real. Știind că n este un număr natural pentru care $E(n)$ este pătratul unui număr natural, arătați că n se divide cu 3.

Test 30

5. Se consideră expresia $E(x) = (x+3)^2 - (x+1)^2 - (x+3)(x-3) + (x+1)(x-1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n) \leq 20$.

Test 31

5. Se consideră expresia $E(x) = (x-2)(x+2) + (x+2)^2 - (x-2)^2 - x(x+8) + 5$, unde x este număr real. Calculați $E(1) - 2E(2) + 3E(3) - 4E(4) + \dots + 9E(9) - 10E(10)$.

Test 32

5. Se consideră expresia $E(x) = ((x+4)^2 - 3(x+4) - 1)(x^2 + 5x - 3) + 9$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr natural a , numărul $E(a)$ este pătratul unui număr natural par.

Test 33

5. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)(x-3) - (x-1)^2 - 16$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care $E(n)$ este număr natural prim.

Test 34

5. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+1)(x-3) + (x+3)(1-x) + (x+2)(2-x) + 6x$, unde x este număr real. Arătați că $E^2(1) + E^2(2) + E^2(3) + \dots + E^2(2020) = 2020E(x)$, pentru orice număr real x .

Test 35

5. Se consideră expresia $E(x) = (x+1)(2x-3) + 2(x-1)^2 - 4(x+3)(x-1)$, unde x este număr real. Determinați cel mai mare număr întreg m pentru care $E(m) \geq 24$.

Test 36

5. Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 + (x-3)^2 - (7+x^2)$, unde x este număr real. Arătați că numărul natural $E(n)$ este multiplu de 8, pentru orice număr natural impar n .

Test 37

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x + \sqrt{2})^2 - (2x - \sqrt{6})(2x + \sqrt{6}) - \sqrt{2}(3x + \sqrt{32})$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(\sqrt{8})$ este pătratul unui număr natural.

Test 38

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+1)^2 - 3(x+1)^2 - (x-1)(x+1) + 6(x-1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n) \leq -1$.

Test 39

5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+3)^2 - (2-x)(2+x) - 5x^2 - 12x$, unde x este număr real. Determinați numerele întregi n pentru care numărul $\frac{E(n)}{n^2+1}$ este întreg.

Test 40

5. Se consideră expresia $E(x) = (3x+5)^2 - 9(x+1)^2 - 12(x+1)$, unde x este număr real. Arătați că $(E(x)-2)(E(x)-2^2) \cdot \dots \cdot (E(x)-2^{2020}) = 0$, pentru orice număr real x .