

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \frac{(a_1 + a_4) \cdot 4}{2} =$ $= \frac{(2+11) \cdot 4}{2} = 26$	3p 2p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x = 2x - 4 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0$ Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 2$, $y = 0$	3p 2p
3.	$\sqrt[3]{x+2} = 2 \Leftrightarrow x+2 = 8$ $x = 6$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt $4 \cdot 5 = 20$ de numere care au cifrele pare, deci sunt 20 de cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$	2p 2p 1p
5.	B este mijlocul segmentului AC , unde $C(a,b)$ este simetricul punctului A față de punctul B , deci $3 = \frac{-1+a}{2} \Rightarrow a = 7$ $1 = \frac{5+b}{2} \Rightarrow b = -3$	3p 2p
6.	$BC^2 = AB^2 + AC^2$, deci $\triangle ABC$ este dreptunghic $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + I_3) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$ $= 4 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 4$	3p 2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, A \cdot A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ $A \cdot A \cdot A + A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = 2A \cdot A$	2p 3p

c)	$B(x) = A + xI_3 = \begin{pmatrix} x & 1 & 0 \\ 0 & 1+x & 0 \\ 1 & 1 & 1+x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(x)) = x(1+x)^2, \text{ pentru orice număr real } x$ $B(x) \text{ este inversabilă} \Leftrightarrow \det(B(x)) \neq 0 \Leftrightarrow x(1+x)^2 \neq 0, \text{ de unde obținem } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.a)	$2020 * 0 = 2020 + a \cdot 0 + 1 =$ $= 2020 + 1 = 2021, \text{ pentru orice număr real } a$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$(x * y) * z = (x + ay + 1) * z = x + ay + 1 + az + 1 = x + ay + az + 2, \text{ pentru orice numere reale } x, y$ $\text{și } z$ $x * (y * z) = x * (y + az + 1) = x + a(y + az + 1) + 1 = x + ay + a^2z + a + 1, \text{ pentru orice numere reale}$ $x, y \text{ și } z \text{ și, cum, legea de compoziție „*” este asociativă, obținem } a = 1$	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	$x * y = x - y + 1, \text{ deci } 4^x - 2^x + 1 = 1$ $2^x(2^x - 1) = 0, \text{ de unde obținem } x = 0$	<p>3p</p> <p>2p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2(x-1)(x-2) - (x-1)^2}{(x-2)^2} =$ $= \frac{(x-1)(2x-4-x+1)}{(x-2)^2} = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}, x \in (2, +\infty)$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$f'(3) = 0, f(3) = 4$ $\text{Ecuația tangentei este } y - f(3) = f'(3)(x - 3), \text{ deci } y = 4$	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	$f''(x) = \frac{2}{(x-2)^3}, x \in (2, +\infty)$ $f''(x) > 0, \text{ pentru orice } x \in (2, +\infty), \text{ deci funcția } f' \text{ este crescătoare pe } (2, +\infty)$	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.a)	$\int_1^e \frac{\sqrt{x^2+1}}{f(x)} dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^e =$ $= \ln e - \ln 1 = 1$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$\int_1^2 f^2(x) dx = \int_1^2 x^2(x^2+1) dx = \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} \right) \Big _1^2 =$ $= \frac{32}{5} + \frac{8}{3} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{128}{15}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$\int_0^a f(x) dx - \int_0^{2020} f(x) dx = \int_0^{2020} f(x) dx + \int_{2020}^a f(x) dx - \int_0^{2020} f(x) dx = \int_{2020}^a f(x) dx, \text{ pentru orice}$ $a \in [2020, +\infty)$ $\text{Pentru orice } x \in [0, +\infty), f(x) \geq 0, \text{ deci, pentru orice } a \in [2020, +\infty), \int_{2020}^a f(x) dx \geq 0, \text{ de}$ $\text{unde obținem } \int_0^{2020} f(x) dx \leq \int_0^a f(x) dx$	<p>3p</p> <p>2p</p>