EXERCITIUL DAT la examen 2021

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A = 7$.

b) Arătați că $2B + I_2 = 3A$.

c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot X - B \cdot X = I_2 - X$.

TESTELE antrenament:

Model

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A = -1$.

b) Arătați că $A \cdot A - 3A = I_2$.

c) Se consideră matricea $X=\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale. Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot X - X \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Test1

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A = -1$.

b) Demonstrați că $A \cdot A = I_2$.

c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $AX - I_2 = 2021A$.

Test2

1. Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} a+2 & 3a+2 \\ a & 3a \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det(A(1)) = 4$.

b) Demonstrați că $A(4) = B \cdot B + 2 \cdot C$.

c) Determinați numărul natural n pentru care $\det(A(n) + B) = 4$.

Test3

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 1 & -4\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 3\\ x & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det A=-1$.

b) Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.

c) Determinați numerele reale a pentru care $\det(aA+B(a))=0$.

Test4

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-4 & -5\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det B=-4$.

b) Determinați numărul real a pentru care $A\cdot A-B\cdot B=a(A+B)$.

c) Arătați că, pentru orice număr real x, matricea $C(x)=xA+2B$ este inversabilă.

Test5

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det(A(1))=3$.

b) Determinați numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(1)=3(A(x)-I_2)$.

c) Arătați că $\det\left(xA(x)-A(x^2)\right)\geq 0$, pentru orice număr real x.

SIMULARE

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & -6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $M(x)=A+xB$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det A=0$.

b) Demonstrați că $M(x)\cdot M(1)=xM(1)$, pentru orice număr real x.

c) Determinaţi numărul natural n, ştiind că $M(4)\cdot M(3)\cdot M(2)\cdot M(1)=nM(1)$.

Test6

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=2$.

b) Arătați că $(A-2I_2)\cdot(A-4I_2)=6I_2$.

c) Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=3A+4X$.

Test7

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x-1 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det(A(4))=-7$.

b) Determinați numărul real x pentru care $\det(A(1)\cdot A(1)+2A(x))=11$.

c) Determinați numerele reale x și y pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(1)=3A(y)$.

Test8

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix} x & 2 \\ -7 & x-4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det A=0$.

b) Determinați numărul real x pentru care $\det(B(x))+\det(B(7)-A)=0$.

c) Determinați matricea $C\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $xA-A\cdot B(x)=14C$, pentru orice număr real x.

Test9

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix} a & a \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det A=-5$.

b) Determinați numărul real a pentru care $B(1)\cdot B(-1)+3A=4B(a)$.

c) Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X\cdot(A-2I_2)=B(0)$.

Test10

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} -1 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det A=1$.

b) Determinați numărul real x pentru care $B\cdot B=A$.

c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B+(\det B)A)=0$.

Test11

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix} 2x+1 & x \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det A=9$.

b) Arătați că $A+B(1)\cdot B(-1)=2B(0)$.

c) Determinați numărul real x pentru care $B(1)+B(2)+B(3)+\ldots+B(9)=9B(x)$.

Test12

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că $\det A = 0$.

b) Arătaţi că $A \cdot A = 5A$.

c) Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care $\det\left(xA + (1-x)I_2\right) \geq 0$.