

EXERCITIUL DAT la examen 2021

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + y^2 + x + y$.

a) Arătați că $(-1) * (-1) = 0$.

b) Demonstrați că $x * y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y .

c) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x^2 * x^2 \leq 4$.

TESTELE antrenament:

Model

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3x^2 - 5xy + 2y^2$.

a) Arătați că $1 \circ 2 = 1$.

b) Demonstrați că $x \circ x = 0$, pentru orice număr real x .

c) Determinați numerele reale x pentru care $2^x \circ 3^x = 0$.

Test1

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy - (x + y) + \frac{2}{3}$.

a) Arătați că $1 \circ (-1) = -\frac{7}{3}$.

b) Demonstrați că $x \circ y = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, pentru orice numere reale x și y .

c) Calculați $1 \circ \frac{1}{\sqrt{2}} \circ \frac{1}{\sqrt{3}} \circ \dots \circ \frac{1}{\sqrt{2021}}$.

Test2

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - xy$.

a) Arătați că $(-3) * 3 = 9$.

b) Demonstrați că $x * y = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right)$, pentru orice numere reale x și y .

c) Determinați numerele reale x pentru care $2^x * 4^{x-1} = \frac{1}{4}$.

Test3

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 7(x-3)(y-3) + 3$
- Arătați că $x * 3 = 3$, pentru orice număr real x .
 - Determinați numărul real x , astfel încât $x * x * x = -46$.
 - Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{5^x}{7} + 3$. Demonstrați că $f(x) * f(y) = f(x+y)$, pentru orice numere reale x și y .

Test4

2. Pe mulțimea numerelor reale se definesc legile de compoziție $x * y = xy + 2x + 2y + 2$ și $x \circ y = x + y + 2$.
- Arătați că $(1 * 2) \circ (1 * 3) = 1 * (2 \circ 3)$.
 - Demonstrați că $x * e = e$, pentru orice număr real x , unde e este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
 - Determinați numărul natural n pentru care $n * (-n) \geq n \circ (-n)$.

Test5

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \sqrt{3}(xy + 4) - 3(x + y)$.
- Arătați că $\sqrt{3} \circ 2 = \sqrt{3}$.
 - Demonstrați că $x \circ y = \sqrt{3}(x - \sqrt{3})(y - \sqrt{3}) + \sqrt{3}$, pentru orice numere reale x și y .
 - Calculați $3^1 \circ 3^{\frac{1}{2}} \circ 3^{\frac{1}{3}} \circ \dots \circ 3^{\frac{1}{2021}}$.

Test6

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 27}$.
- Arătați că $2021 * (-2021) = -3$.
 - Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
 - Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x + 27}$. Demonstrați că $f(x) * f(y) = f(x + y)$, pentru orice numere reale x și y .

Test7

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + 5xy + y$.

a) Verificați dacă $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.

b) Demonstrați că $x \circ y = 5 \left(x + \frac{1}{5} \right) \left(y + \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{5}$, pentru orice numere reale x și y .

c) Calculați partea întreagă a numărului $q = \left(-\frac{1}{2} \right) \circ \left(-\frac{1}{3} \right) \circ \dots \circ \left(-\frac{1}{2021} \right)$.

Test8

2. Pe mulțimea $A = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = \frac{2x}{y} + \frac{2y}{x}$.

a) Arătați că numărul $a = 2 \circ 4$ este întreg.

b) Arătați că $x \circ y \geq 4$, pentru orice $x, y \in A$.

c) Arătați că legea de compoziție „ \circ ” **nu** admite element neutru.

Test9

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x + 2ay$, unde a este număr real.

a) Arătați că $1 \circ 0 = 1$, pentru orice număr real a .

b) Determinați numărul real a , știind că $x \circ 1 > 4$ dacă și numai dacă $x \in (3, +\infty)$.

c) Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este asociativă dacă și numai dacă $a = \frac{1}{2}$.

Test10

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2x^2 + xy + 2y^2$.

a) Arătați că $2 \circ 1 = 12$.

b) Se consideră numerele reale a , b și c astfel încât $2a + 2b + c \neq 0$. Știind că $c \circ a = c \circ b$, demonstrați că $a = b$.

c) Determinați numerele reale x pentru care $x \circ (x+1) = 5x^3 + 2$.

Test11

2. Pe mulțimea $M = [1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = |x - y| + 1$.

a) Arătați că $3 \circ 5 = 3$.

b) Calculați $a - b$, știind că $a = (2 \circ 3) \circ 4$ și $b = 2 \circ (3 \circ 4)$.

c) Arătați că există o infinitate de perechi (m, n) de numere naturale nenule pentru care $m \circ n = m$.

Test12

SUBIECT II , exercitiul 2 TESTE DE ANTRENAMENT Bacalaureat 2021 – ȘTIINTELE NATURII

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x \circ y = 3xy - 2x - 2y + 2$.

a) Arătați că numărul $\frac{1}{3} \circ \frac{1}{3}$ este întreg.

b) Arătați că $x \circ x \geq \frac{2}{3}$, pentru orice număr real x .

c) Determinați numărul real x pentru care $x \circ x \circ x = e$, unde e este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.