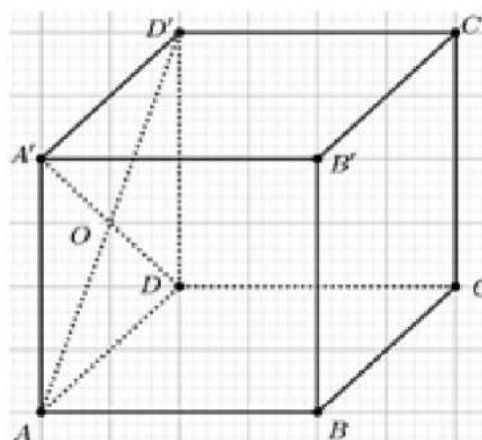


## EXERCITIUL DAT la examen 2021

6. Se consideră cubul  $ABCD A' B' C' D'$ , cu  $AB = 6\sqrt{2}$  cm.

(2p) a) Arată că volumul cubului  $ABCD A' B' C' D'$  este egal cu  $432\sqrt{2}$  cm<sup>3</sup>.



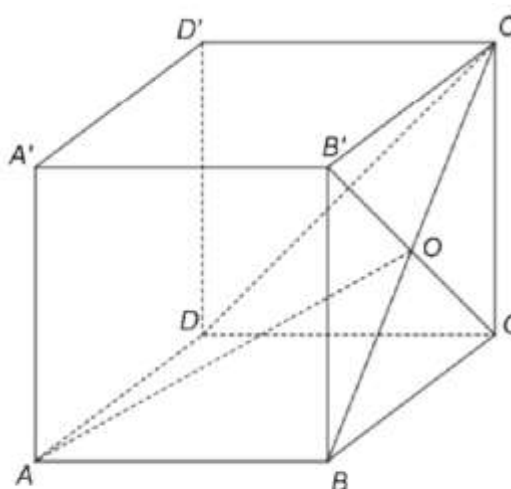
(3p) b) Determină distanța de la punctul  $O$  la planul  $(BDD')$ , unde  $O$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AD'$  și  $A'D$ .

### TESTELE antrenament:

#### Model

6. Ionel oferă un cadou într-o cutie în formă de cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 30$  cm, reprezentat în figura alăturată.

(2p) a) Arată că o hârtie de ambalat cadouri în formă de dreptunghi, cu lungimea de 1m și lățimea de 50cm nu este suficientă pentru ambalarea cadoului oferit de Ionel.



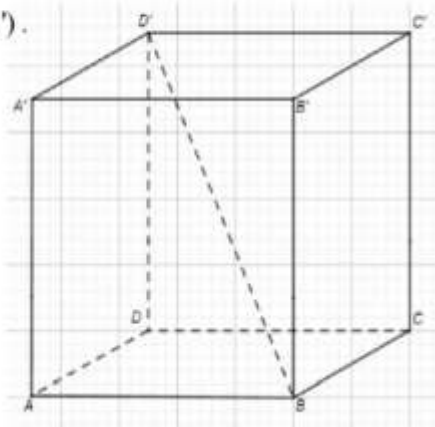
(3p) b) Determină măsura unghiului dreptelor  $AO$  și  $DC'$ , unde  $\{O\} = BC' \cap B'C$ .

## Test1

6. În figura alăturată este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 6\text{ cm}$ .

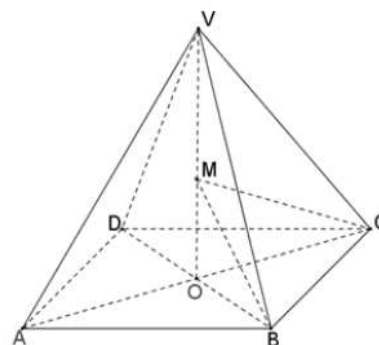
(2p) a) Arată că valoarea cosinusului unghiului dintre dreapta  $BD'$  și planul  $(ADC)$  este  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

(3p) b) Calculează distanța de la punctul  $A'$  la planul  $(BC'D')$ .



## Test2

6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră  $VABCD$  cu baza pătratul  $ABCD$  și  $VA = 4\sqrt{11}\text{ cm}$ . Punctul  $O$  este intersecția dreptelor  $AC$  și  $BD$ , dreapta  $VO$  este perpendiculară pe planul  $(ABC)$ ,  $VO = 12\text{ cm}$  și punctul  $M$  este situat pe segmentul  $VO$  astfel încât  $\frac{VM}{VO} = \frac{2}{3}$ .



(2p) a) Arată că lungimea segmentului  $AC$  este egală cu  $8\sqrt{2}\text{ cm}$ .

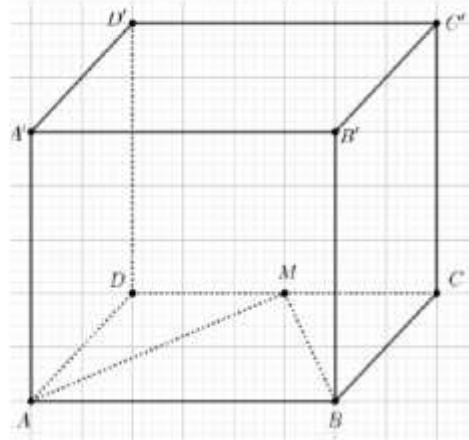
(3p) b) Calculează măsura unghiului determinat de planele  $(ABC)$  și  $(MBC)$ .

### Test3

6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB=12\text{cm}$ ,  $BC=6\text{cm}$  și  $AA'=6\sqrt{2}\text{cm}$ . Punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $CD$ .

(2p) a) Arată că aria triunghiului  $AMB$  este egală cu  $36\text{cm}^2$ .

(3p) b) Determină distanța de la punctul  $A'$  la dreapta  $MB$ .

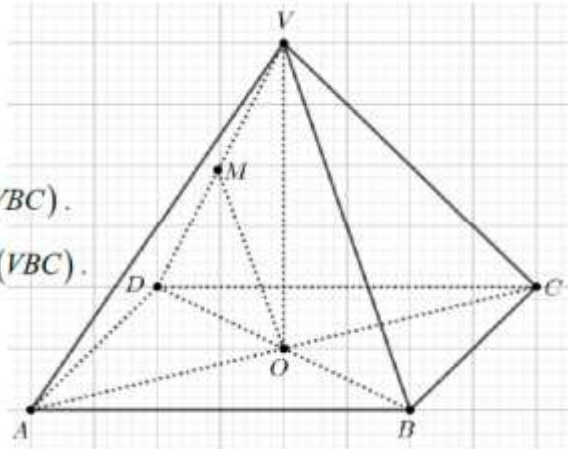


### Test4

6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu baza  $ABCD$ ,  $AB=12\text{cm}$  și  $VA=2\sqrt{34}\text{cm}$ . Punctul  $O$  este intersecția dreptelor  $AC$  și  $BD$  iar punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $VD$ .

(2p) a) Arată că dreapta  $OM$  este paralelă cu planul  $(VBC)$ .

(3p) b) Determină distanța de la punctul  $M$  la planul  $(VBC)$ .

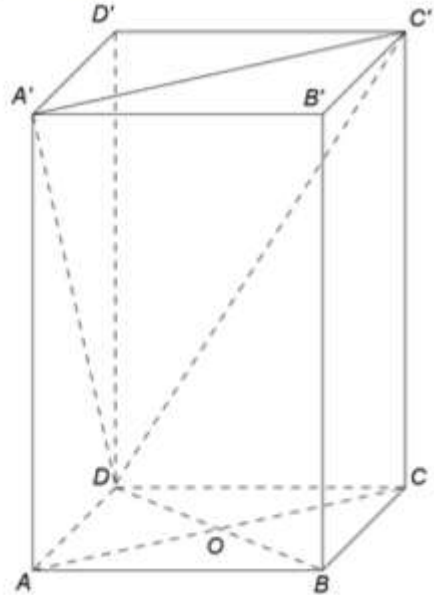


## Test5

6. În figura alăturată este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$  cu baza pătratul  $ABCD$ . Punctul  $O$  este intersecția dreptelor  $AC$  și  $BD$ ,  $AB = 8\text{cm}$  și  $AA' = 8\sqrt{2}\text{cm}$ .

(2p) a) Demonstrează că dreptele  $A'C$  și  $AC'$  sunt perpendiculare.

(3p) b) Demonstrează că dreapta  $OB'$  este paralelă cu planul  $(A'C'D)$ .

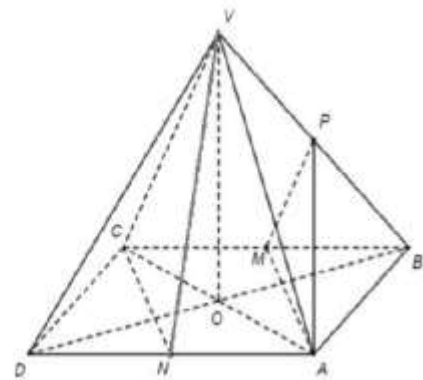


## Simulare

6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu baza  $ABCD$ ,  $AB = VA = 6\text{cm}$ . Punctele  $M$ ,  $N$  și  $P$  sunt mijloacele muchiilor  $BC$ ,  $AD$ , respectiv  $VB$ .

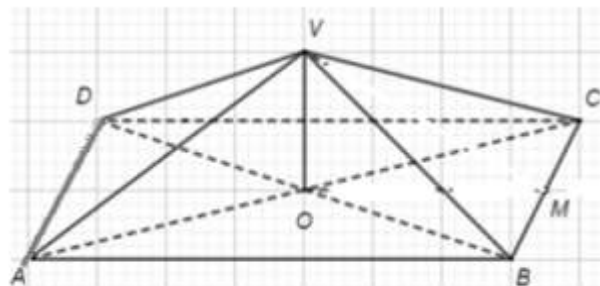
(2p) a) Arată că unghiul dintre dreapta  $VB$  și planul  $(ABC)$  are măsura de  $45^\circ$ .

(3p) b) Arată că planele  $(NCV)$  și  $(AMP)$  sunt paralele.



## Test6

6. În figura alăturată este reprezentat acoperișul unei case sub forma suprafeței laterale a piramidei patrulateră regulate  $VABCD$ , de înălțime  $VO = 3\text{ m}$ , în care unghiul de înclinație a acoperișului, adică unghiul dintre planul unei fețe laterale și planul bazei are măsura egală cu  $30^\circ$ . Punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $BC$ .



(2p) a) Arată că  $AB = 6\sqrt{3}\text{ m}$ .

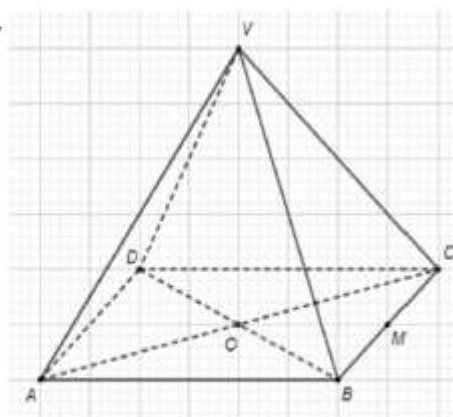
(3p) b) Știind că acoperișul este realizat din tablă și că proprietarul casei dorește să-l vopsească într-un singur strat cu vopsea specială pentru tablă care se vinde la bidon de 3 litri care costă 125 de lei și care, conform specificațiilor producătorului, acoperă  $12\text{ m}^2$  la utilizarea unui litru, determină prețul minim pe care trebuie să-l achite proprietarul pentru cumpărarea cantității de vopsea necesară la bidon de 3 litri. (Pentru justificare, se poate folosi inegalitatea  $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ .)

## Test7

6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu baza  $ABCD$ ,  $AB = VA = 6\text{ cm}$ . Punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $BC$ .

(2p) a) Arată că apotema piramidei  $VABCD$  are lungimea de  $3\sqrt{3}\text{ cm}$ .

(3p) b) Calculează distanța de la punctul  $M$  la planul  $(VAB)$ .



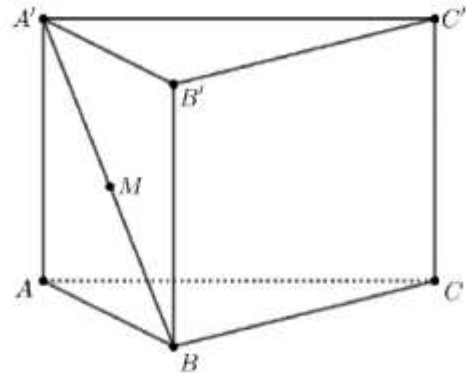


### Test8

6. În figura alăturată este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ ,  $AB = 12\text{ cm}$ ,  $AA' = 12\sqrt{3}\text{ cm}$  și punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $A'B$ .

(2p) a) Arată că suma lungimilor tuturor muchiilor prisme date este egală cu  $36(2 + \sqrt{3})\text{ cm}$ .

(3p) b) Determină sinusul unghiului dintre planele  $(MBC)$  și  $(MB'C')$ .

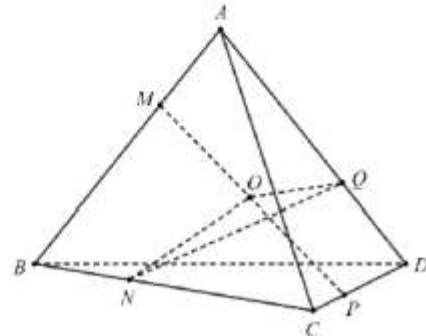


### Test9

6. În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat  $ABCD$  cu  $AB = 6\text{ cm}$ . Punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$  și  $Q$  aparțin segmentelor  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ , respectiv  $AD$ , astfel încât  $AM = BN = CP = DQ = 2\text{ cm}$ .

a) Demonstrează că unghiul dintre dreptele  $MN$  și  $AC$  are măsura de  $30^\circ$ .

(3p) b) Punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $MP$ . Demonstrează că dreapta  $MP$  este perpendiculară pe planul  $(NOQ)$ .

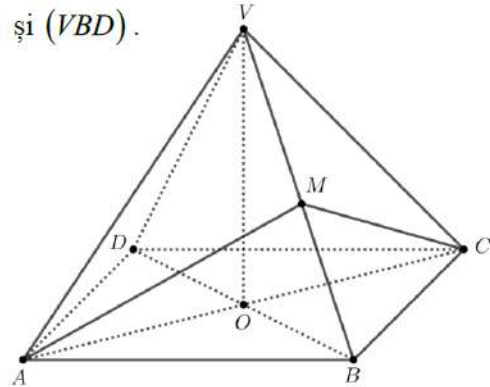


### Test10

6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu  $VA = AB = 6$  cm, punctul  $M$  mijlocul muchiei  $VB$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ .

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului  $AMC$  este egal cu  $6(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  cm.

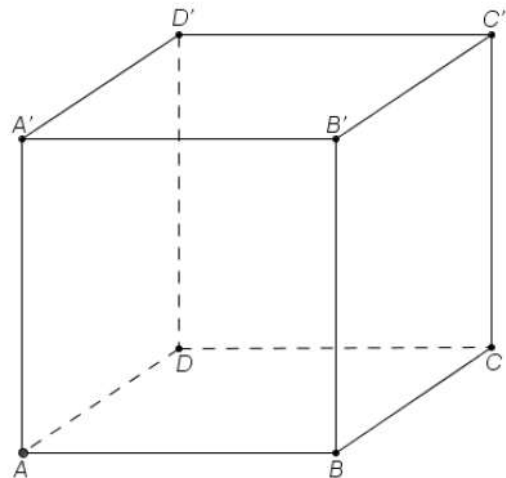
(3p) b) Determină tangenta unghiului dintre planele  $(VAB)$  și  $(VBD)$ .



### Test11

6. În figura alăturată paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  reprezintă un acvariu cu dimensiunile  $AB = 60$  cm,  $BC = 40$  cm și înălțimea  $AA' = 60$  cm. Apa din acvariu are adâncimea de 50 cm.

(2p) a) Arată că în acvariu sunt 120 de litri de apă.

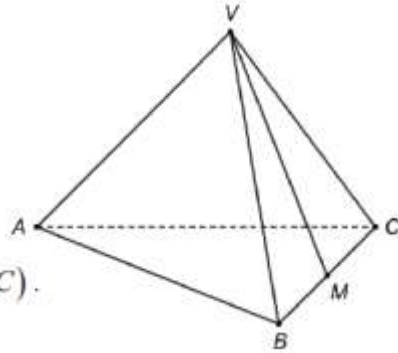


(3p) b) Se consideră punctul  $M$  pe muchia  $BB'$  a paralelipipedului, astfel încât perimetrul triunghiului  $A' MC$  să aibă cea mai mică valoare. Determină distanța de la punctul  $M$  la planul  $(ABC)$ .

### Test12

6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată  $VABC$  cu baza triunghiul  $ABC$ . Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$ ,  $AB = 18\text{ cm}$  și  $VA = 9\sqrt{2}\text{ cm}$ .

(2p) a) Arată că măsura unghiului dintre dreapta  $VM$  și dreapta  $AC$  este egală cu  $60^\circ$ .



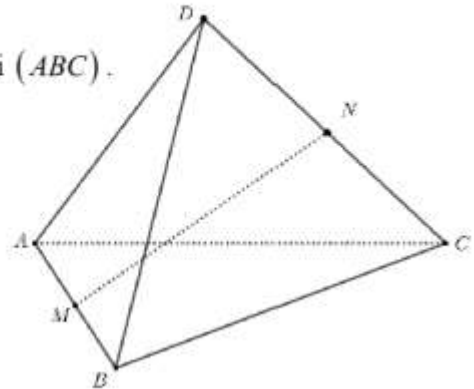
(3p) b) Determină distanța de la punctul  $M$  la planul  $(VAC)$ .

### Test13

6. O cutie de bomboane de forma unui tetraedru regulat  $ABCD$ , cu muchia de lungime  $12\text{ cm}$ , este reprezentată în figura alăturată. Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele muchiilor  $AB$ , respectiv  $CD$ .

(2p) a) Arată că  $MN$  are lungimea mai mică decât  $5\sqrt{3}\text{ cm}$ .

(3p) b) Determină cosinusul unghiului dintre planele  $(ABN)$  și  $(ABC)$ .



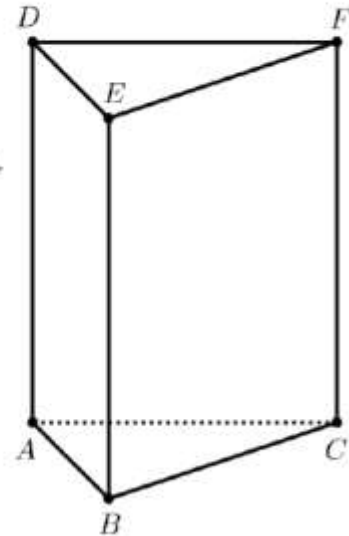


### Test14

6. În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă  $ABCDEF$ , cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ , iar  $AB = 12\text{ cm}$  și  $AD = 18\text{ cm}$ .

(2p) a) Arată că aria totală a prisme este mai mare decât  $720\text{ cm}^2$ .

(3p) b) Se consideră punctul  $A'$  din planul  $(BCD)$  astfel încât  $AA' = 9\text{ cm}$ . Determină măsura unghiului dintre dreptele  $AA'$  și  $EF$ .



### Test15

6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată  $VABC$  cu baza triunghiul  $ABC$ ,  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $VA = 10\text{ cm}$ . Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $BC$ , respectiv  $VC$ .

(2p) a) Arată că aria laterală a piramidei este egală cu  $9\sqrt{91}\text{ cm}^2$ .

(3p) b) Determină lungimea proiecției segmentului  $MN$  pe planul  $(VAB)$ .

