

Subiectul I

1. Arătați că $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3\right) : \frac{49}{16} = 1$.

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2016 - x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 2016$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x^2+3x} = 4^{x-1}$.

4. Prețul unui aparat de fotografiat este de 320 de lei. Determinați prețul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, -3)$ și $B(2, 3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .

6. Determinați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AC=9$ și $\sin B = \frac{3}{5}$.

Subiectul II

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y = x + y + 13$.

1. Calculați $10*(-3)$.

2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.

3. Verificați dacă $e = -13$ este element neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.

4. Determinați numerele întregi x știind că $(x^2) * x = 169$.

5. Arătați că $x*(x + 26) = (x * x) * 13$ pentru orice număr real x .

6. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg x * \lg x = 15$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1. Calculați $\det(A(0))$.

2. Determinați numărul real a știind că $2A(a) + A(a - 6) = 3A(0)$.

3. Arătați că $A(1) + A(2) + \dots + A(9) = 9A(5)$.

4. Arătați că $\det(A(a) + A(b)) = 4\det(A(a) \cdot A(b))$ pentru orice numere reale a și b .

5. Verificați dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a .

6. Determinați matricea $X = \begin{pmatrix} p & 2 \\ q & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ știind că $X \cdot A(a) = A(a) \cdot X$ pentru orice număr real a .