## Exerciţii pentru aprofundarea cunoştinţelor

**1.** Calculaţi limitele laterale ale funcţiilor în punctele menţionate:

a) $f(x)=\dfrac{1}{3-x}, x_0=3$; b) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}, x_0=\pm 2$; c) $f(x)=\dfrac{-2}{(x+1)(x-1)^2}, x_0=\pm 1$;

d) $f(x)=3^{\frac{1}{x}}, x_0=0$; e) $f(x)=e^{-\frac{1}{x^3}}, x_0=0$; f) $f(x)=\dfrac{1}{1-\ln x}, x_0=e$.

**2.** Verificaţi dacă funcţiile următoare au limită în punctele indicate:

a) $f(x)=\begin{cases}2x-1, x>1\\ x^2+x, x\le 1\end{cases}, x_0=1$; b) $f(x)=\begin{cases}\cos x, x\le 0\\ \ln x, x>0\end{cases}, x_0=0$;

c) $f(x)=\begin{cases}e^{x^2-4}, x<2\\ 2x-3, x\ge 2\end{cases}, x_0=2$.

**3.** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât următoarele funcții să aibă limită în punctele specificate:

a) $f:[0,2] \to \mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} 3x-1, x \in [0,1] \\ 3ax+3, x \in (1,2] \end{cases}, x_0 = 1;$

b) $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} e^x, & x<0 \\ a+x^3, x \geq 0 \end{cases}, x_0 = 0.$

**4.** Calculați:

a) $\lim\limits_{x\to 1}(3^x + x^2 + \mathrm{tg}\pi x);$

b) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x>0}}(x^2 + \log_3 x);$

c) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x>0}}(2x + \log_{\frac{1}{3}} x);$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^x + 4x + \frac{1}{x^2}\right];$

e) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+2^{-x}}{x^2+1};$

f) $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\left(\frac{1}{e}\right)^x \cdot \frac{1}{2+x}\right].$

**5.** Calculați:

a) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-1}{2x-3};$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{3x+1};$

c) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{4x+2}{(x+1)^2};$

d) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{-4x+1}{x^2+4x+4};$

e) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+5x}{(x+1)^2(2x+1)};$

f) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x>0}}\frac{x^3+x-1}{x^3-x};$

g) $\lim\limits_{\substack{x\to 2 \\ x<2}}\frac{\sqrt{x+2}-3}{x-2};$

h) $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ x>1}}\frac{x^2-2}{x-1};$

i) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{\frac{x^2}{4x^2-2x+1}}\right)^{x^2};$

j) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{\frac{3x+1}{4x+2}}\right)^{\frac{x^3+2}{3x^2-1}};$

k) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{5x^2-7x+9}}{3x^2-4x+5};$

l) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9x^2+8x-7}}{2x+1};$

m) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-3x+5}{\sqrt{16x^2+10x+7}};$

n) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{-5x+4}{\sqrt{16x^2+12x-7}}.$

**6.** Să se calculeze următoarele limite:

a) $\lim\limits_{x\to 2}(x^2-2x+5);$

b) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{2x+3}{|x+1|};$

c) $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+3)\cdot e^{2x-2};$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x+2}{x^4};$

e) $\lim\limits_{x\to\infty}(3x^2+5x+1)$; f) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x^2+3}+e^x\right)$;

g) $\lim\limits_{x\to 0}(x^2+\sin x)$; h) $\lim\limits_{x\to 1}[(x^3-1)+\cos(x-1)]$;

i) $\lim\limits_{x\to 2}[8x\cdot\lg 5x-\sin\frac{\pi}{x}]$; j) $\lim\limits_{x\to -1}\pi^{-x^2-2x+3}$;

k) $\lim\limits_{x\to-\frac{\pi}{2}}3x\cdot 2^{\sin 2x}$; l) $\lim\limits_{x\to-\frac{3}{2}}4^{\frac{2x+3}{x+2}}$;

m) $\lim\limits_{x\to-\infty}3^{\frac{6x^2-4x+2}{3-4x-2x^2}}$; n) $\lim\limits_{x\to\infty}4^{\frac{-4x^3+2x+1}{x^2-x}}$;

o) $\lim\limits_{x\to\infty}2^{\frac{x^2-2x+3}{2+3x-x^3}}$.

**7.** Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}e^x+x+a, x\leq 0\\ x^2+b\ln x, x>0\end{cases}$.

a) Să se calculeze $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)$.

b) Să se determine $a$ şi $b$ astfel încât funcţia să aibă limită în $x_0=0$.

**8.** Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}x^2+x+a, x\leq 0\\ be^x+1, x>0\end{cases}$, $a,b\in\mathbb{R}$. Să se determine o relaţie între $a$ şi $b$ astfel încât $f$ să aibă limită în $x_0=0$.