

EXERCITII RECAPITULATIVE

1. Să se calculeze limitele:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - 3}{\sin(x-2)};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} - 1}{\ln(1+x^2)};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{2x^2 + 3x - 5};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} (x^2)^{\ln(1+x^2)};$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 ax - \sin^2 bx}{x^2 + (\arctg x)^2}, a \neq b;$$

$$*g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x-x^2) + \arcsin 2x - 3x^3}{\sin 3x + \operatorname{tg}^2 x + (e^x - 1)^{10}};$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x + \dots + \operatorname{tg} nx}{\arctg x}; \quad i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x - \sin^2 x}{\operatorname{tg}^2 x + \ln(1+7x)};$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{x^2} - b^{x^2}}{\ln \cos 2x}, a, b \in \mathbb{R}^*_{+-} \setminus \{1\}, a \neq b;$$

$$*k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{\arctg(1+x) - \arctg(1-x)}; \quad l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(\operatorname{tg} x)}{\arctg(\sin x)};$$

$$m) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x} \right)^x;$$

$$n) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x + \arcsin x)^{\frac{1}{\arctg x}}.$$

2. Să se determine numărul real a astfel încât funcția

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} a \ln(x+2), & x > 0 \\ [x], & x \leq 0 \end{cases}$$

să aibă limită în $x = 0$.

*3. Să se arate că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} [x], & x \in \mathbb{Q} \\ x, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ nu are limite în nici un

punct $x \in \mathbb{R}$.

4. Să se determine constantele a și b astfel încât $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - ax - b) = 0$.

5. Să se determine a astfel ca $E = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[x \sqrt{\frac{x-1}{4x+1}} - ax \right]$, $a > 0$ să fie finită și să se

determine E .

*6. Să se calculeze:

a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{a^x} - a^{a^a}}{x - a}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg \sin x - \lg x}{1 - \cos x}$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg \cos x}{\sin^2 x}$;

d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x - 1) \left(1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)$; e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$;

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(\arcsin(\arcsin x))}{\sin(\sin(\sin x))}$;

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \overbrace{\operatorname{tg}(\operatorname{tg}(\dots(\operatorname{tg} x)))}^{\text{de } n \text{ ori}}$.