SUBIECT II , exercitiul 1

TESTE DE ANTRENAMENT Bacalaureat 2020 – TEHNOLOGIC

EXERCITIUL DAT la examen 2020

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=2$.

b) Arătați că $3A-A\cdot A=2I_2$.

c) Determinați numărul real x pentru care $(xA-I_2)(xA-I_2)=5A-I_2$.

EXERCITIUL DAT la sesiunea speciala 2020

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 6\\ -1 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=2$.

b) Arătați că $B\cdot A+B=O_2$.

c) Determinați numerele naturale n pentru care $\det(B+nA)=\det B+n\det A$.

TESTELE antrenament:

Test 1

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}a+1 & 2a+1\\ a & 2a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det(A(10))=10$.

b) Demonstrați că $(A(a)-A(b))(A(a)-A(b))=3(a-b)(A(a)-A(b))$, pentru orice numere reale a și b.

c) Determinați numărul natural n pentru care $\det(A(2))+\det(A(3))+\ldots+\det(A(n))=35$.

Test 2

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1-10a & 8a\\ -5a & 1+4a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det(A(1))=-5$.

b) Demonstrați că $A(a)\cdot A(b)=A(a+b-6ab)$, pentru orice numere reale a și b.

c) Determinați numerele naturale m și n, pentru care $A(m)\cdot A(n)=A(6-5mn)$.

SUBIECT II , exercitiul 1

TESTE DE ANTRENAMENT Bacalaureat 2020 – TEHNOLOGIC

Test 3

1. Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}8 & 6\\ 6 & 5\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}2+a & 2\\ 2 & 1+a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det M=4$.

b) Arătați că $A(a)\cdot A(-a)+a^2\cdot I_2=M$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

c) Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $M\cdot X=A(0)$.

Test 4

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det\left(M(1)\right)=-1$.

b) Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)-M(a+b)=2abM(0)$, pentru orice numere reale a și b.

c) Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $X\cdot M(1)=M(0)$.

Test 5

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-3 & 1\\ 1 & 3-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det\left(A(1)\right)=-5$.

b) Demonstrați că $A(x)+A(-x)=2A(0)$, pentru orice număr real x.

c) Determinați numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=10\cdot I_2$.

Test 6

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -4 & -3\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=-1$.

b) Demonstrați că $A\cdot A\cdot A=A$.

c) Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X=I_2+3A$.

SUBIECT II , exercitiul 1

TESTE DE ANTRENAMENT Bacalaureat 2020 – TEHNOLOGIC

Test 7

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -4 & -3\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=-1$.

b) Demonstrați că $A\cdot A\cdot A=A$.

c) Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X=I_2+3A$.

Test 8

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ -2 & -4\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=0$.

b) Arătați că $A\cdot A+A=O_2$.

c) Demonstrați că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $\det X=\det(X+I_2)$.

Test 9

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ și $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det(A+I_3)=4$.

b) Demonstrați că $A\cdot A\cdot A+A=2A\cdot A$.

c) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care matricea $B(x)=A+xI_3$ este inversabilă.

Test 10

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 3\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det(A+I_2)=5$.

b) Arătați că $A\cdot A=4A$.

c) Demonstrați că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $A\cdot X=X\cdot A$.

Test 11

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ și $B(x,y)=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & -1\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

a) Arătați că $\det A=-4$.

b) Arătați că $\det\left(A-2B(x,y)\right)=0$, pentru orice numere reale x și y.

c) Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot B(x,y)=B(x,y)\cdot A$.

Test 12

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=1$.

b) Arătați că $2A-A\cdot A=I_2$.

c) Determinaţi numerele reale x, y și z, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}x-2 & y\\ z+1 & 1\end{pmatrix}-I_2=O_2$.

Test 13

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=B+xI_2$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det A=-5$.

b) Arătați că $A\cdot M(x)=M(x)\cdot A$, pentru orice număr real x.

c) Determinați numărul real x pentru care $A\cdot A-3\left(A+M(x)\right)=I_2$.

Test 14

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=1$.

b) Arătați că $B\cdot B+A=O_2$.

c) Determinați $x,y\in(0,+\infty)$, pentru care $A\cdot B+B\cdot A-(A+B)=\begin{pmatrix}\log_2 x & 0\\ 0 & \log_3 y\end{pmatrix}$.

TESTE DE ANTRENAMENT Bacalaureat 2020 – TEHNOLOGIC

Test 15

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}-1 & x\\ x-1 & -1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det(B(1))=1$.

b) Arătați că $A\cdot A-2A=I_2$.

c) Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=I_2$.

Test 16

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=4$.

b) Arătați că $A\cdot A+3A+4I_2=O_2$.

c) Determinați numerele reale x și y astfel încât $A\cdot A\cdot A=xA+yI_2$.

Test 17

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det A=-5$.

b) Arătați că $\det(A+M(-1))=\det B$.

c) Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot A-A\cdot M(x)=B$.

Test 18

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=0$.

b) Determinați numărul real x pentru care $A\cdot A=xA$.

c) Determinați numerele reale a pentru care $\det(A+I_2)+\det(A-I_2)=\det(aI_2)$.

TESTE DE ANTRENAMENT Bacalaureat 2020 – TEHNOLOGIC

Test 19

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=-2$.

b) Determinați numărul real x pentru care $x(A+B)=C$.

c) Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot B-B\cdot A=2X+C$.

Test 20

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=A-xI_2$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det(B(0))=1$.

b) Arătați că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

c) Demonstrați că $\det(B(x))\geq 1$, pentru orice număr real x.